



FRACTIONS ET NOMBRES DECIMAUX

JOURNEE REP+ CYCLE 3

ORGANISATION

- **Test de connaissances**
- **Apports didactiques**
- **Stratégies d'enseignement et progressivité**
- **Exemples d'activité**

VRAI OU FAUX ?

- **2 n'est pas un nombre décimal**
- **$\frac{5}{7}$ est un nombre décimal**

VRAI OU FAUX ?

- **17,52 a pour partie entière 17 et pour partie décimale 52**
- **Dans 7,38 le nombre de centièmes est 8.**
- **Dans 2,4 le chiffre 4 vaut deux fois le chiffre 2**

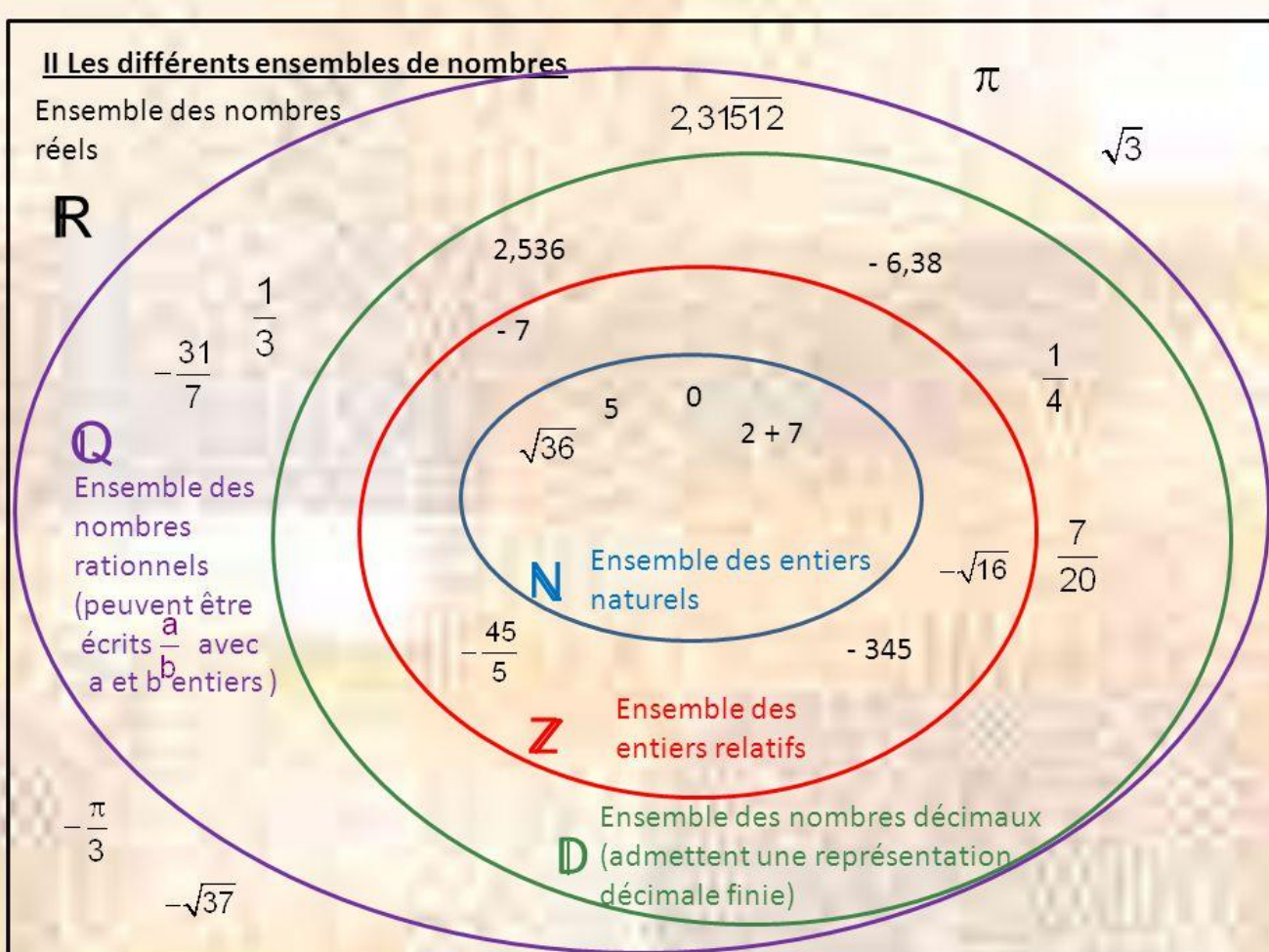
VRAI OU FAUX ?

- 2^n n'est pas un nombre décimal **FAUX**
- $\frac{5}{7}$ est un nombre décimal **FAUX**

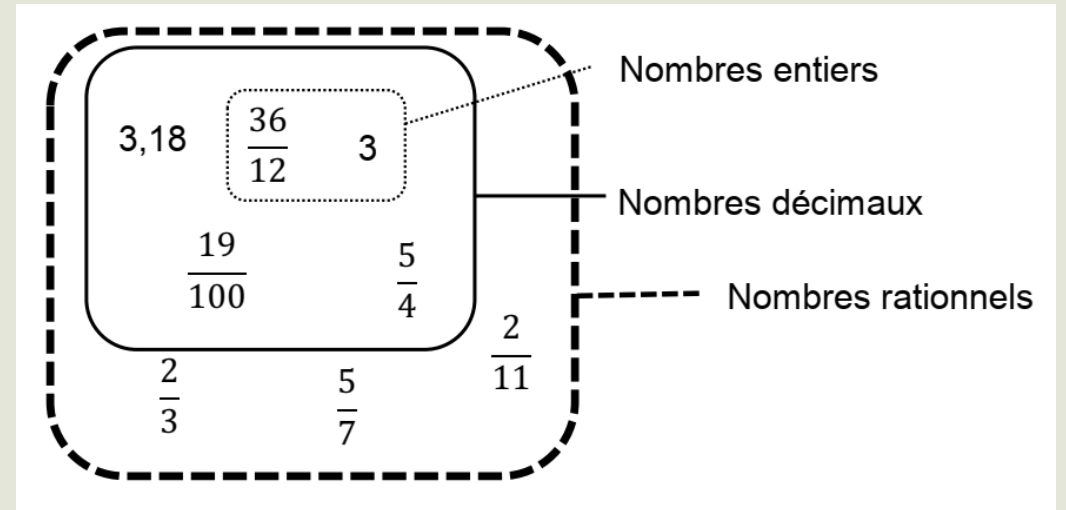
Un nombre décimal est un nombre pouvant s'écrire sous la forme de fraction décimale

$$\frac{a}{10^n} \text{ avec } a \text{ entier relatif et } n \text{ entier naturel}$$

VRAI OU FAUX ?



Au C3

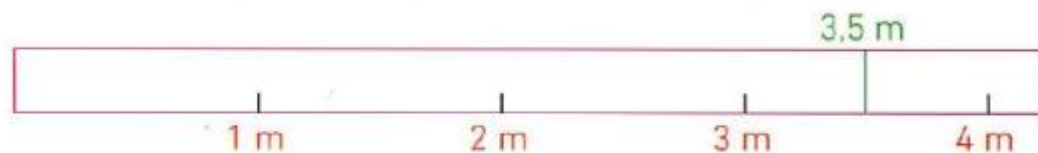


VRAI OU FAUX ?

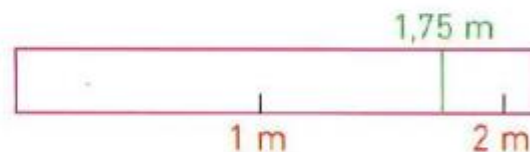
- 17,52 a pour partie entière 17 et pour partie décimale **0,52** ($\frac{52}{100}$)
- Dans 7,38 le nombre de centièmes est **738**.
- Dans 2,4 le chiffre 2 vaut **cing** fois le chiffre 4

Recherche

♣ Lors d'une séance de saut en longueur, Margaux a fait un bond de 3,50 m et Pauline un bond de 1,75 m.



Que représente le 3 dans le nombre 3,5 ? Que représente le 5 ?



Que représente le 1 dans le nombre 1,75 ? Que représente 75 ?

Coup de pouce

Exemple : Jules a fait un saut de 2,35 m.



2 représente les mètres (m), c'est la **partie entière** du nombre.

35 représente la **partie décimale** du nombre.

ANALYSE DE QUELQUES ERREURS D' ELEVES

N°1 : $1,75 + 2,6 = 2,01$

N°2 : $1,75 + 2,6 = 3,81$

N°3 : $1,75 + 2,6 = 3,135$

N°4 : $0,3 \times 0,3 = 0,9$

N°5 : $21,5 < 4,01$

N° 6 : $4,15 < 3,21$

N° 7 : $5,043 > 5,15$

N°8 : $5,15 > 5,8$

N°9 : Parmi les nombres suivants, souligner ceux qui sont compris entre 1,9 et 3,15 :

1,39 2 3,2 3,19 1,93 2,9

N°10 : $\frac{874}{100} = 874,100$

N°11 : Trois unités et sept centièmes
est égal à $\frac{3}{7}$

ANALYSE DE QUELQUES ERREURS D' ELEVES

DES REGLES D'ADDITION

- On ne tient pas compte de la virgule : $1,75 + 2,6 = 2,01$ **car $175 + 26 = 201$**
- Le calcul s'effectue indépendamment sur les parties entières et décimales et la valeur des chiffres n'est pas conservée : $1,75 + 2,6 = 3,81$ **car $75 + 6 = 81$**
- Le calcul s'effectue indépendamment sur les parties entières et décimales, mais les chiffres conservent leurs valeurs : $1,75 + 2,6 = 3,135$ **car $75 + 60 = 135$**
- Le calcul s'effectue indépendamment sur les parties entières et décimales :
 $0,3 \times 0,3 = 0,9$ **car $3 \times 3 = 9$**

ANALYSE DE QUELQUES ERREURS D' ELEVES

DES REGLES DE COMPARAISON ERRONEES

- On ne tient pas compte de la virgule : $21,5 < 4,01$ car $215 < 401$
- La comparaison ne porte que sur les « parties décimales » : $4,15 < 3,21$ car $15 < 21$
- À partie entière égale, le plus grand est celui qui a le plus de chiffres après la virgule : $5,043 > 5,15$ car $3 \text{ chiffres} > 2 \text{ chiffres}$
- Traitement des « parties décimales » comme si cela était des nombres entiers : $5,15 > 5,8$ car $15 > 8$
- On compare les parties décimales comme des entiers :
 $1,9 < 1,39$; $3,2 < 3,15$ car $9 < 39$ et $2 < 15$

ANALYSE DE QUELQUES ERREURS D' ELEVES

PASSAGES ERRONES D'UNE ECRITURE A L'AUTRE

- Confusion entre les écritures (fractionnaire et à virgule) des

parties décimales : $\frac{874}{100} = 874,100$

- Confusion entre les écritures (en unités de numération et fractionnaire) des parties décimales :

Trois unités et 7 centièmes = $\frac{3}{7}$

APPORTS DIDACTIQUES

Plusieurs écritures pour un même nombre

$$\frac{5}{4}$$

Un nombre décimal en écriture fractionnaire

125

100

Fraction décimale

1,25

Ecriture décimale

APPORTS DIDACTIQUES

Plusieurs écritures pour un même nombre

$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{10}{8}$$

$$\frac{125}{100}$$

1,25

$$\frac{-20}{-16}$$

APPORTS DIDACTIQUES

Quelle approche ?

Activités dans lesquelles le nombre entier a ses limites

Les fractions et les nombres décimaux apparaissent donc comme des **nouveaux nombres pour pallier l'insuffisance des nombres entiers.**

APPORTS DIDACTIQUES

FRACTIONS au C3

```
graph TD; A[FRACTIONS au C3] --> B[PARTAGE DE GRANDEURS]; A --> C[QUOTIENT];
```

PARTAGE DE GRANDEURS
Fractionnement de
l'unité

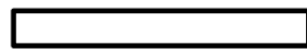
QUOTIENT
Fin de C3 et C4

FRACTIONS SIMPLES

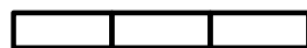
Lorsqu'on coupe une unité en un nombre entier de parts égales et qu'on prend un nombre entier de ces parts, éventuellement supérieur au nombre de parts contenues dans cette unité, on obtient une fraction.

Utiliser les fractions dans un contexte de mesures de longueurs mais aussi de mesures d'aires

L'unité est la longueur d'une bande (ou son aire).



Une unité



Une unité partagée en trois parts égales

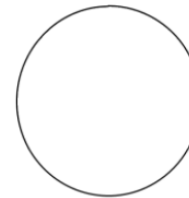


Un tiers d'unité

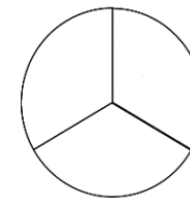


Quatre tiers d'unité

L'unité est l'aire d'un disque.



Une unité



Une unité partagée en trois parts



Un tiers d'unité



Deux tiers d'unité

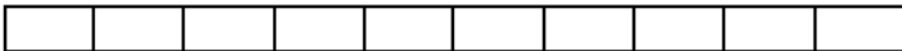
FRACTIONS SIMPLES

FRACTIONS DECIMALES

L'unité est la longueur (ou l'aire) de la bande rectangulaire.



Une unité



Une unité partagée en dix parts égales



Un dixième d'unité

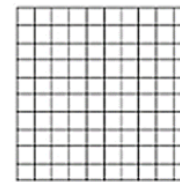


Sept dixièmes d'unité

L'unité est l'aire d'un carré.

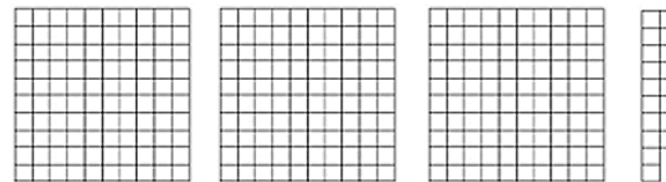


Une unité



Une unité partagée en cent parts

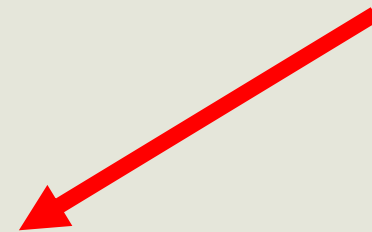
□ Un centième d'unité



Trois-cent-dix-huit centièmes d'unité

NOMBRES DECIMAUX

Les nombres décimaux se construisent en **continuité** et en **rupture** par rapport aux nombres entiers.



Système de numération:

- ❑ de **position**
- ❑ **Décimal** : rapport de 10 à l'ordre immédiatement supérieur ou inférieur

Evolution du statut du nombre:

Exprimer des quantités et des mesures \neq nombre entier d'unités

STRATEGIES D'ENSEIGNEMENT



- **Formulations orales de la vie courante**

Ex: 3,25 € - 3,25 m

- **Certaines connaissances, valides pour les nombres entiers, ne le sont plus pour les nombres décimaux**

PROGRESSIVITE

Nombres entiers

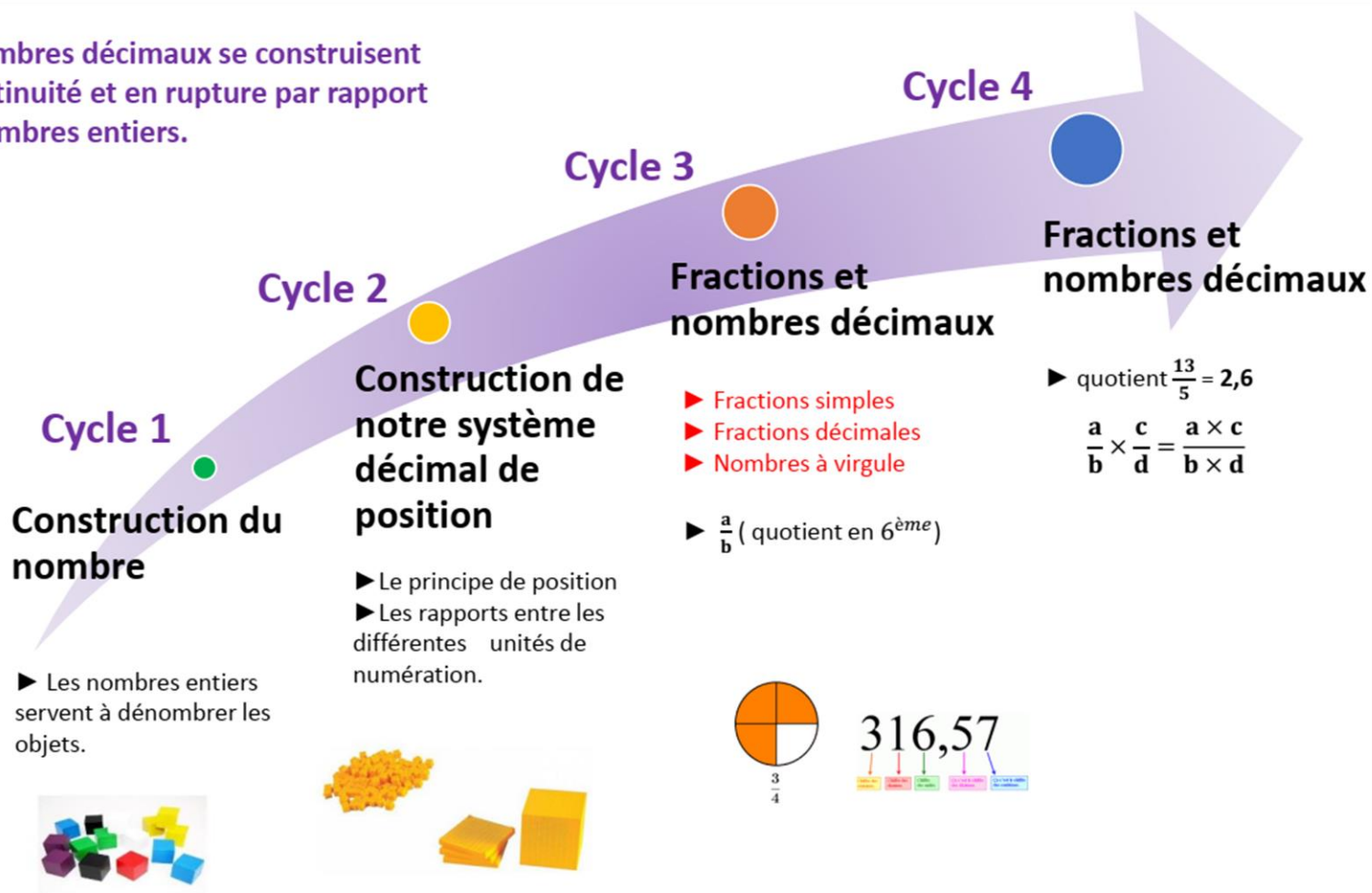
**Fractions
simples**

**Fractions
décimales**

**Nombres
décimaux**

PROGRESSIVITE

Les nombres décimaux se construisent en continuité et en rupture par rapport aux nombres entiers.



PROGRESSIVITE

FRACTIONS SIMPLES

- Approche de nouveaux nombres en écriture fractionnaire
- CMI: période 2

FRACTIONS DECIMALES

- Les nombres décimaux sous leur forme de fractions décimales
- CMI: Période 3

NOMBRES DECIMAUX

- Les nombres décimaux en écriture décimale
- CMI: Période 4-5

PROGRESSIVITE

LES FRACTIONS SIMPLES :

Introduites comme outils pour traiter des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre et pour lesquels un fractionnement de l'unité répond à un besoin.

PROGRESSIVITE

LES FRACTIONS SIMPLES :

Calcul Mental



PROGRESSIVITE

LES FRACTIONS SIMPLES :

Proposer des situations concrètes, avec des manipulations

Commencer tôt dans l'année de CMI

La fraction peut être plus grande que 1

Expliciter le terme unité

Unité de comptage comme sous-partie de l'unité de référence

Manipuler différents supports (bandes, disques, réglettes...)

Proposer différentes entrées pour stabiliser la notion de fraction

Importance de l'oral pour parler des fractions

Privilégier l'oral avant l'écrit

Pliage en parts équitables

Valider le partage équitable

PROGRESSIVITE

LES FRACTIONS DECIMALES :

Rencontrer des fractions ayant un dénominateur égal à 10.

Fractions particulières définies comme partage de l'unité en 10, 100, 1 000

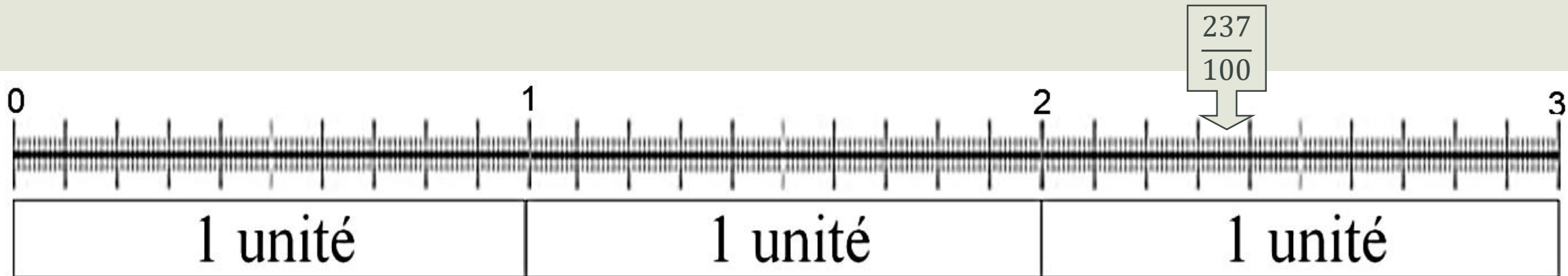
PROGRESSIVITE

LES FRACTIONS DECIMALES :

- **Expliciter que 10 centièmes est égal à un dixième (manipulation, demi-droite graduée).**
- **Travailler les différentes écritures d'un nombre**
- **Utiliser la droite graduée pour travailler la flexibilité entre les différentes écritures, pour se « Représenter »**

PROGRESSIVITE

LES FRACTIONS DECIMALES :



$$\frac{237}{100} = \frac{200}{100} + \frac{30}{100} + \frac{7}{100} = 2 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100}.$$

PROGRESSIVITE

L'ECRITURE A VIRGULE :

Convention qui permet d'écrire les nombres décimaux en prolongeant le système décimal de position utilisé pour écrire les nombres entiers

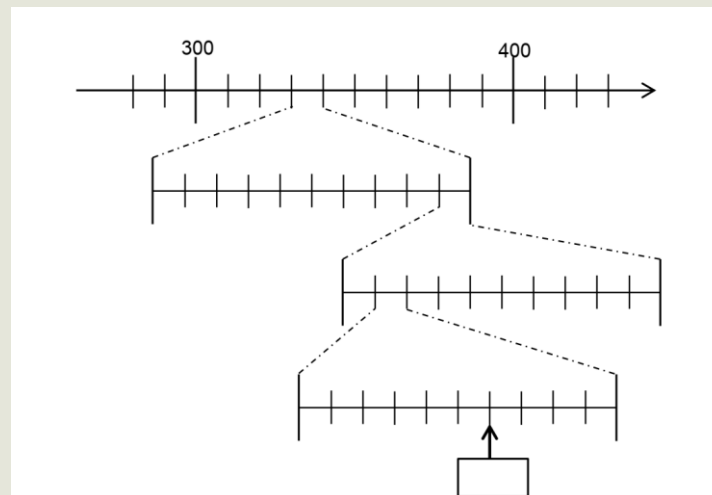
24 dixièmes c'est 20 dixièmes et 4 dixièmes donc 2 unités et 4 dixièmes que l'on va, par convention, écrire 2,4.

PROGRESSIVITE

L'ECRITURE A VIRGULE :

Décomposer les nombres, notamment à l'oral

Droite graduée, notamment pour intercaler



PROGRESSIVITE

L'ECRITURE A VIRGULE :

Comparer, ranger, encadrer et intercaler : revenir sur le sens du codage de l'écriture à virgule en s'appuyant sur les fractions décimales.

**ACTIVITES DE
COMPARAISON**

**ACTIVITES DE
CHANGEMENT
D'ECRITURE**

REFERENCES

REPÈRES DE PROGRESSION



REFERENCES

RESSOURCES EDUSCOL

Logo of the Ministry of National Education, Higher Education and Research (Liberté • Égalité • Fraternité) and the French Republic. The card features the Eduscol logo with the tagline 'Informier et accompagner les professionnels de l'éducation' and 'CYCLES 2 3 4'. The main title is '> MATHÉMATIQUES' with a sub-section 'Nombres et calculs'. The resource title is 'Le calcul aux cycles 2 et 3'.

Logo of the Ministry of National Education, Higher Education and Research (Liberté • Égalité • Fraternité) and the French Republic. The card features the Eduscol logo with the tagline 'Informier et accompagner les professionnels de l'éducation' and 'CYCLES 2 3 4'. The main title is '> MATHÉMATIQUES' with a sub-section 'NOMBRES ET CALCULS'. The resource title is 'Fractions et nombres décimaux au cycle 3'.

Logo of the Ministry of National Education, Higher Education and Research (Liberté • Égalité • Fraternité) and the French Republic. The card features the Eduscol logo with the tagline 'Informier et accompagner les professionnels de l'éducation' and 'CYCLES 2 3 4'. The main title is '> MATHÉMATIQUES' with a sub-section 'Nombres et calculs'. The resource title is 'Le calcul en ligne au cycle 3'.

QUELQUES ACTIVITES

COMPETENCES

CHERCHER

MODELISER

REPRESENTER

RAISONNER

CALCULER

COMMUNIQUER

QUELQUES ACTIVITES

Mesure les segments.

BANDE

A B

C D

E F

G H

I J

K L

Exprimer le résultat d'une mesure

DECOUVERTE DE LA FRACTION

Mesure les segments.

ActivInspire - Studio

CLASSFLOW

Page 1 sur 3

Outils Aide FRACTIONS DECOUVERTE

BANDE

$[AB] = 2u + \frac{1}{2}u = \frac{5}{2}u = \frac{10}{4}u = \frac{20}{8}u = 1u + \frac{3}{2}u = \frac{4}{2}u + \frac{2}{4}u$

$[CD] = 1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u = \frac{5}{4}u = \frac{14}{8}u = \frac{2}{2}u + \frac{6}{8}u$

$[EF] = 2u + \frac{1}{8}u = \frac{17}{8}u = \frac{8}{4}u + \frac{1}{8}u = \frac{4}{2}u + \frac{1}{8}u = 1u + \frac{4}{4}u + \frac{1}{8}u$

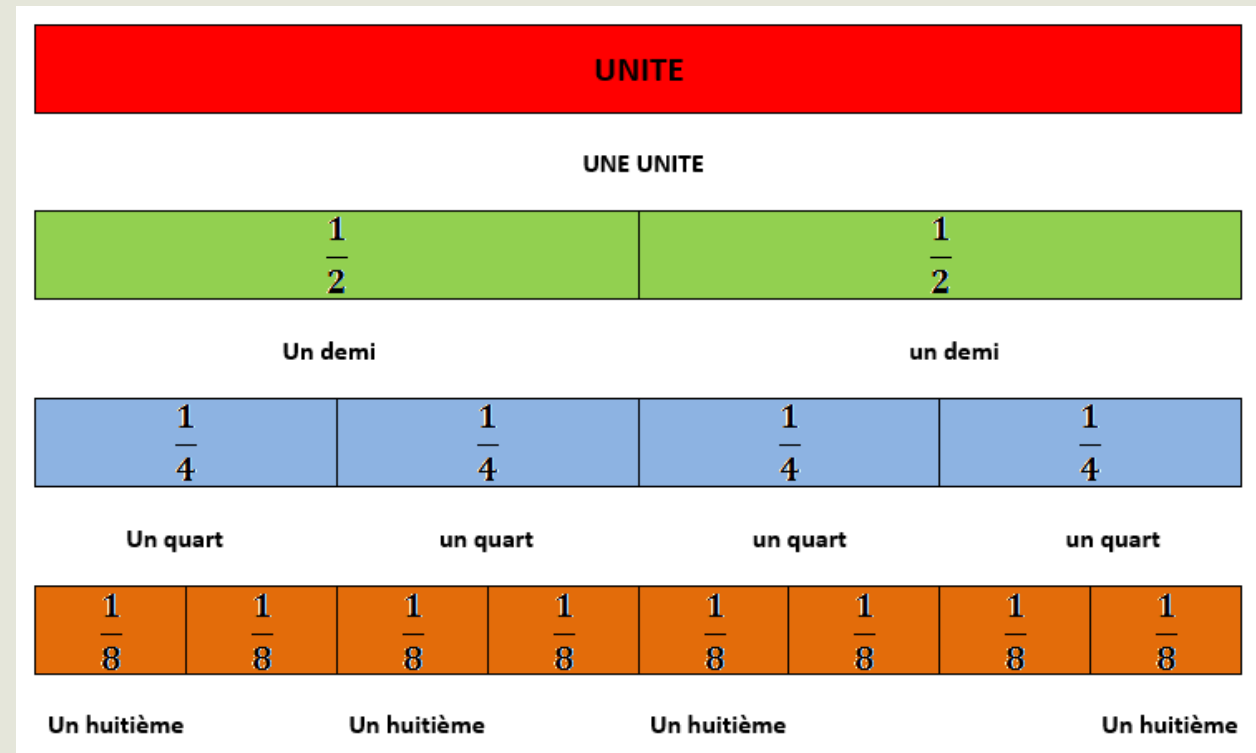
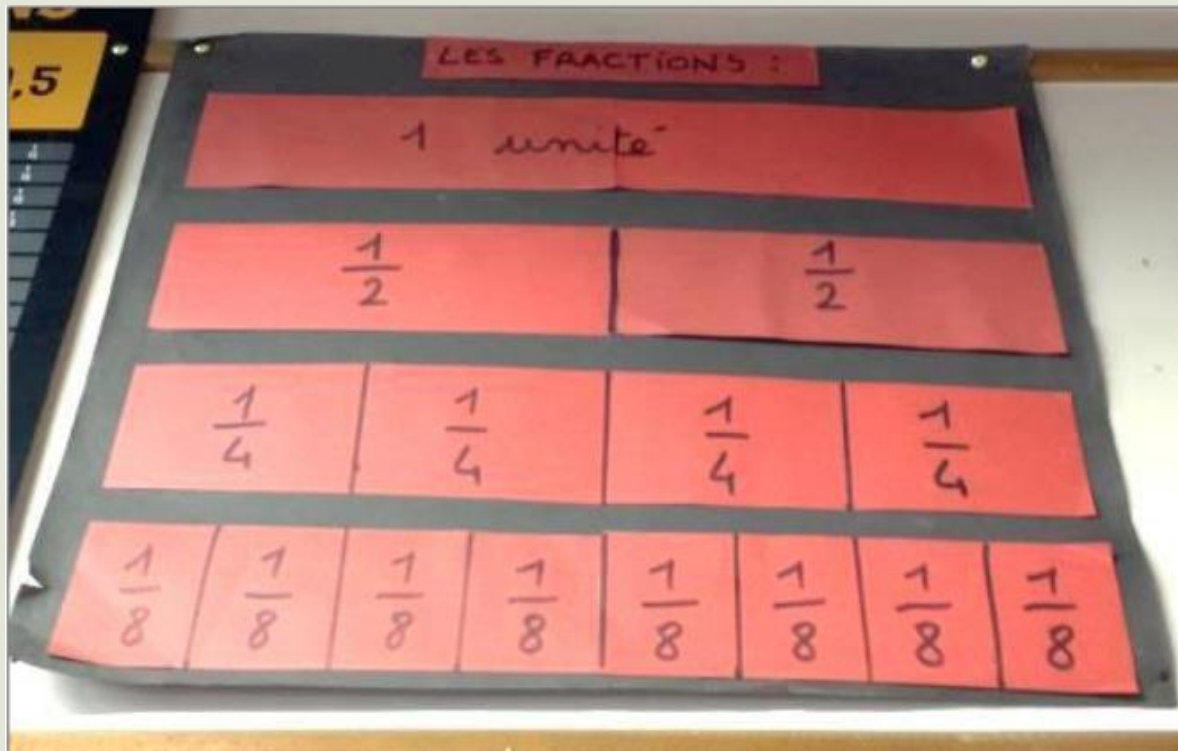
$[GH] = 1u + \frac{1}{4}u = \frac{5}{4}u = \frac{10}{8}u = \frac{2}{2}u + \frac{1}{4}u = \frac{1}{2}u + \frac{3}{4}u$

$[IJ] = 1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{8}u = \frac{13}{8}u = \frac{6}{4}u + \frac{1}{8}u = \frac{3}{2}u + \frac{1}{8}u$

$[KL] = 2u + \frac{3}{8}u = \frac{19}{8}u = \frac{9}{4}u + \frac{1}{8}u = \frac{4}{2}u + \frac{1}{4}u + \frac{1}{8}u$

QUELQUES ACTIVITES

Trace écrite ou affichage



QUELQUES ACTIVITES

DES OUTILS



LA BANDE UNITE

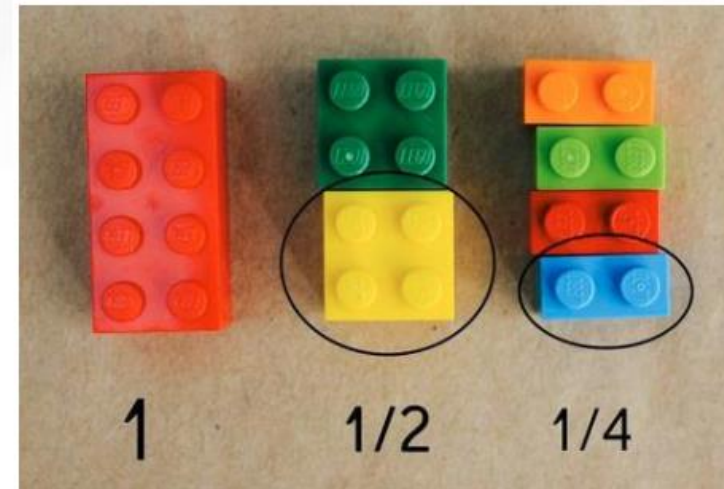
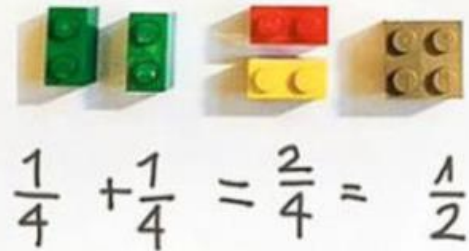
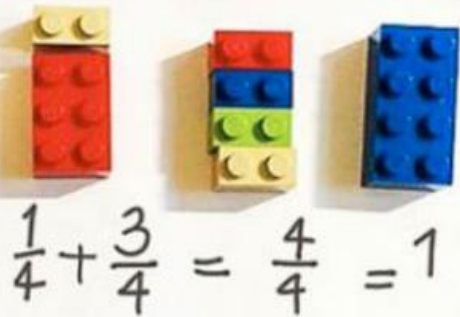
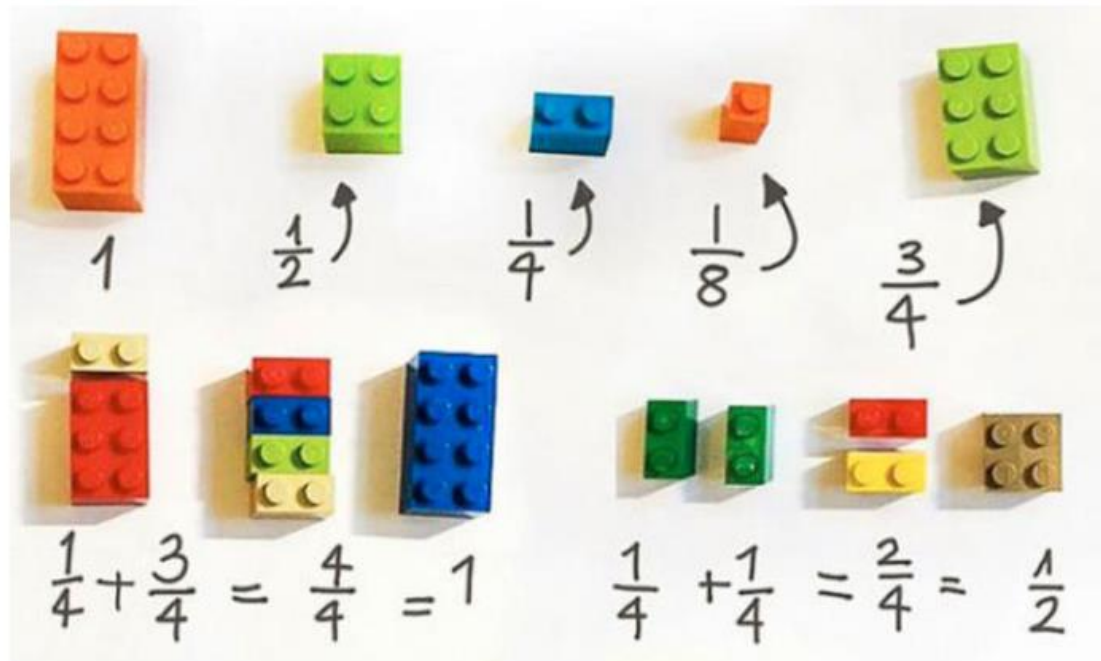


**ROULEAU
TICKET DE CAISSE**



REGLETTES CUISINAIRE

QUELQUES ACTIVITES



QUELQUES ACTIVITES

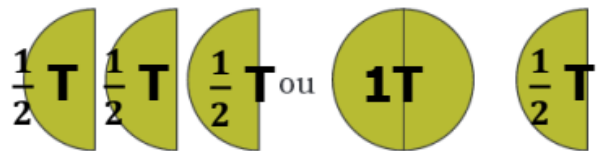
DECOUVERTE DE LA FRACTION

Partager 3 tartes identiques entre deux personnes

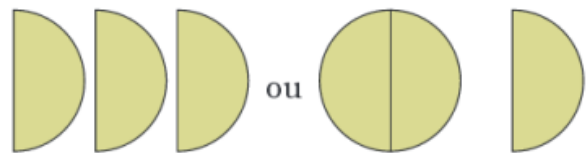
Partage de chaque objet



Résultat du partage :



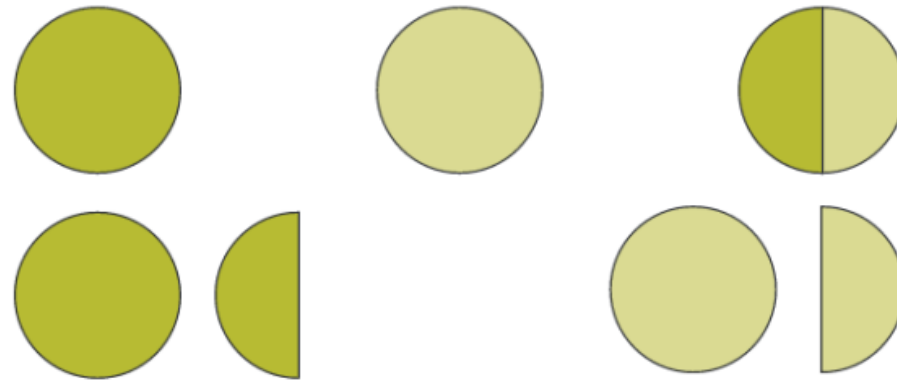
et



$$\frac{1}{2} T + \frac{1}{2} T + \frac{1}{2} T = 1 T + \frac{1}{2} T = \frac{3}{2} T$$

Partage de la totalité

Résultat du partage :



$$1 T + \frac{1}{2} T,$$

Exprimer le résultat d'un partage

QUELQUES ACTIVITES

Découvrir la fraction décimale



*Baguettes de bois de longueur quelconque
partagées en 10 parts égales*



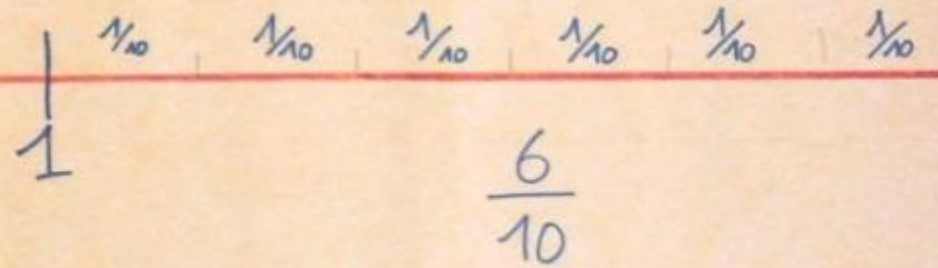
Bandes de papier de différentes longueurs

QUELQUES ACTIVITES

Exemple d'affichage collectif

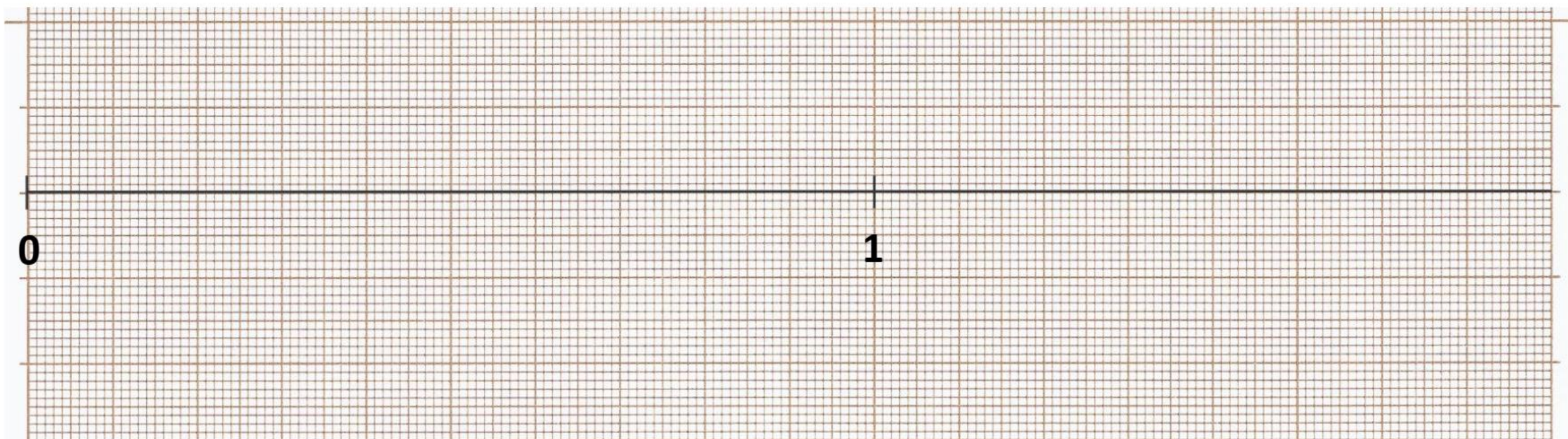
Notre bande mesure $\frac{16}{10}$ de baguette.

$$\frac{16}{10} = 1 + \frac{6}{10}$$



QUELQUES ACTIVITES

Utilisation du papier millimétré



QUELQUES ACTIVITES

Matériel

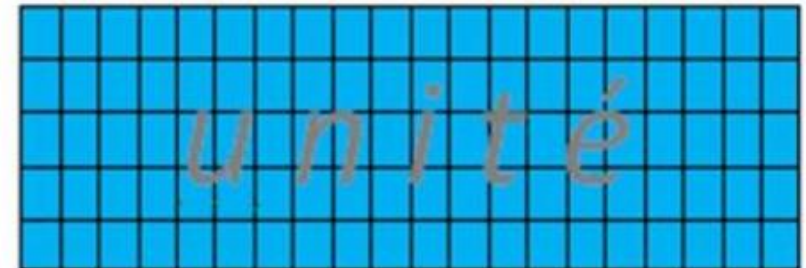
Unité



Unité partagées en 10 parts égales



Unité partagées en 100 parts égales



Exemples de cartes

206 centièmes

2 unités et 6 centièmes

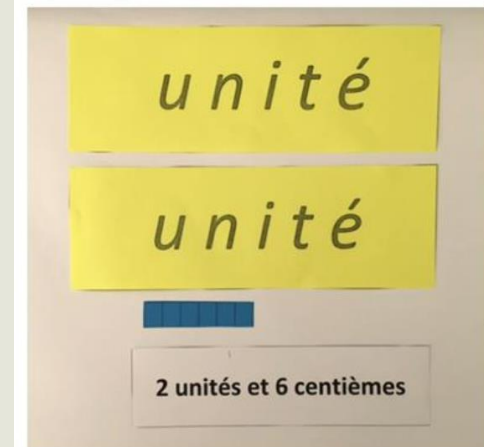
$$2 + \frac{6}{100}$$

$$\frac{26}{100}$$

26 dixièmes

$$\frac{20}{10} + \frac{6}{100}$$

Exemple d'affiche produite par un groupe :



QUELQUES ACTIVITES

Manipulation de différentes écritures avec le matériel

Placement sur une droite graduée

Décompositions diverses

Comparaison de fractions

Calculs avec des fractions

Activités mentales, questions flash

QUELQUES ACTIVITES

- Combien de dixièmes dans $\frac{352}{100}$?
- Quel est le chiffre des dixièmes dans $\frac{734}{100}$?
- Calculer : 3 fois $\frac{42}{10}$
- Un dixième partagé en 10, c'est ...
- 100 fois un dixième, c'est ...
- Deux fois un dixième c'est : a) un centième b) un vingtième c) deux dixièmes d) deux vingtièmes
- La moitié de la moitié de l'unité, c'est ...
- La moitié de l'unité plus la moitié de l'unité, c'est ...
- Lecture de représentations de fractions diverses ou de situations du type « règlette cuisenaire » (cf situation 1)
- En calcul en ligne, calcul de périmètres (cf situation 4)
- En calcul en ligne : 2 unités et 57 centièmes + 5 unités et 8 dixièmes = ?
- En calcul en ligne : 35 dixièmes – 13 centièmes = ?
- En calcul en ligne : « À la boulangerie j'achète 3 croissants à 1,10 €, 2 baguettes à 80 centimes et une brioche à 4,40 €. Quel est le montant de mes achats ? »
- Donner plusieurs autres écritures de : « le quart de 13 unités »
- Donner plusieurs autres écritures de : « 13 quarts de l'unité »
- Quel est le nombre d'unités dans 6 dizaines et 60 dixièmes ?
- Quel est le chiffre des unités dans 6 dizaines et 60 dixièmes ?
- Combien y a-t-il de millimètres dans 15 cm ?
- Quel est le nombre entier compris entre $\frac{328}{100}$ et 43 dixièmes ?

QUELQUES ACTIVITES

- ❖ **Aborder les fractions décimales dans une continuité avec les fractions simples et dans l'optique des écritures à virgule.**
- ❖ **Travailler les 2 grandeurs (surface et longueur).**
- ❖ **Utiliser l'oral, s'appuyer sur l'oral.**
- ❖ **Construire un matériel de référence qui servira pour les écritures à virgule.**
- ❖ **Créer des images mentales pour se représenter le centième comme dix fois plus petit que le dixième (importance du matériel).**
- ❖ **Apporter de l'aisance sur les écritures : *passer de 730 centièmes à 73 dixièmes et à 7 unités et 3 dixièmes.***

QUELQUES ACTIVITES

DIZAINES DE MILLE	UNITES DE MILLE	CENTAINES	DIZAINES	UNITES	$\frac{1}{10}$

DIZAINES DE MILLE	UNITES DE MILLE	CENTAINES	DIZAINES	UNITES	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
				,		

NOUVELLE ECRITURE ET PAS UN NOUVEAU NOMBRE

QUELQUES ACTIVITES

- **On aborde une nouvelle écriture et non un nouveau nombre. Distinguer l'écriture du nombre...**
- **Définir le nombre décimal comme un nombre pouvant s'écrire comme une fraction décimale (et non comme un nombre à virgule)**
- **Réactiver l'écriture fractionnaire à l'écrit et à l'oral**
- **Le discours doit se focaliser sur les rangs :**
 - **Chiffre des unités (et non position de la virgule)**
 - **Chiffre prenant une valeur dix fois supérieure (et non ajout d'un zéro) : $56 \times 10 = 560$**
 - **Chiffre prenant une valeur dix fois supérieure (et non la virgule qui se déplace)**
 - **6 unités et 7 dixièmes (et non « 6 virgule 7 » ni « 67 sur 10 » !).**

EXPERIMENTATION IREM LILLE

LA COURSE AUX DIXIÈMES

GRUPE IREM LILLE 2018

$\frac{1}{10}$

$\frac{2}{10}$

$\frac{3}{10}$

$\frac{4}{10}$

$\frac{5}{10}$

$\frac{6}{10}$

$\frac{7}{10}$

$\frac{8}{10}$

$\frac{10}{10}$

CONCLUSION

Attendus de fin de cycle :

Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux.

Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.

Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul.

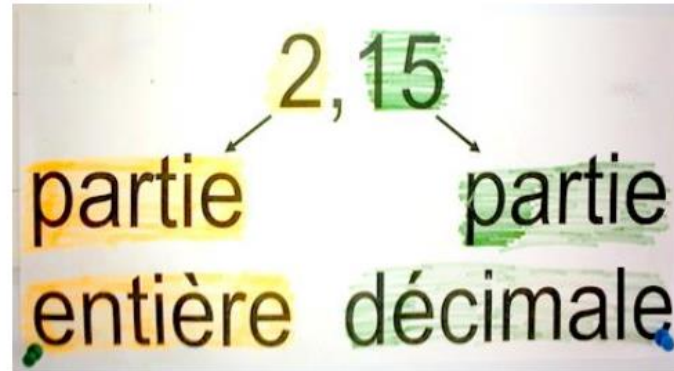
CONCLUSION

PRECONISATIONS

- **Introduction des décimaux par les fractions décimales.**
- **Faire une entrée rapide dans l'écriture à virgule des nombres décimaux.**
- **Les fractions décimales ne sont pas juste une entrée pour les nombres décimaux.**
- **Le langage oral est essentiel.**
- **La manipulation et l'expérimentation doit être de mise y compris en cycle 3.**
- **Les mathématiques doivent être présentés comme des outils.**
- **L'acquisition du système de numération décimale de position est fondamentale pour les apprentissages numériques.**
- **L'apprentissage des fractions et des décimaux ne doit pas être trop ambitieux.**
- **Ne pas attendre la maîtrise parfaite d'une notion avant d'en aborder une autre.**
- **Le système d'écriture des nombres décimaux est un prolongement des celui des entiers . Ce doit être explicite.**
- **Être attentif à la progression décrite dans les manuels.**

CONCLUSION

TRACE ECRITE



Attention : Cet affichage renforce la conception du nombre décimal comme étant la juxtaposition de deux entiers.

Privilégier une trace de la forme :

$$23,95 = 23 + 0,95$$

↓ ↓

Partie Partie
entière décimale

TRAVAIL EN EQUIPE

Travailler la programmation et la progression en fonction des repères.

OU

Créer des situations d'apprentissage sur des étapes-clés en s'appuyant sur la manipulation, la verbalisation puis l'abstraction.

OU

Créer des situations favorables à un labo maths.

MERCI POUR VOTRE ATTENTION

