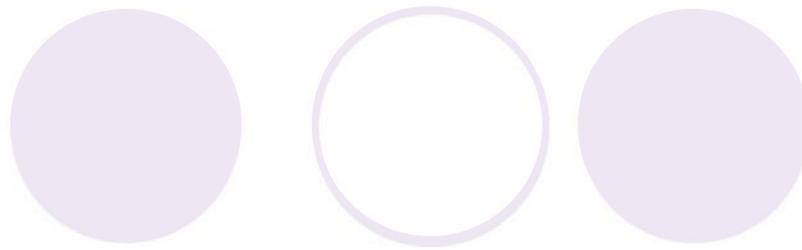




LA PROPORTIONNALITE

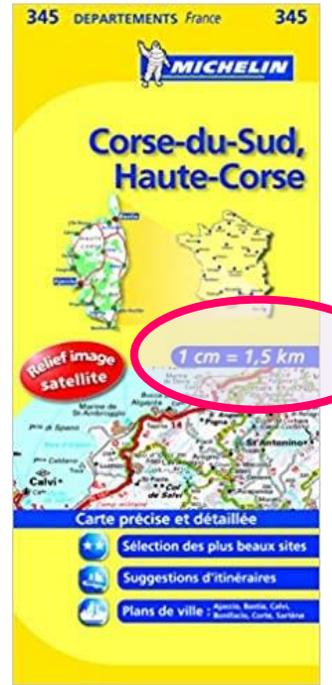
Au cycle 3

INTRODUCTION

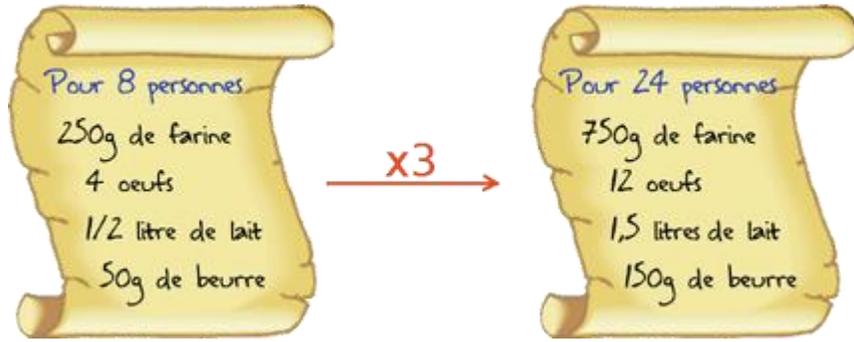
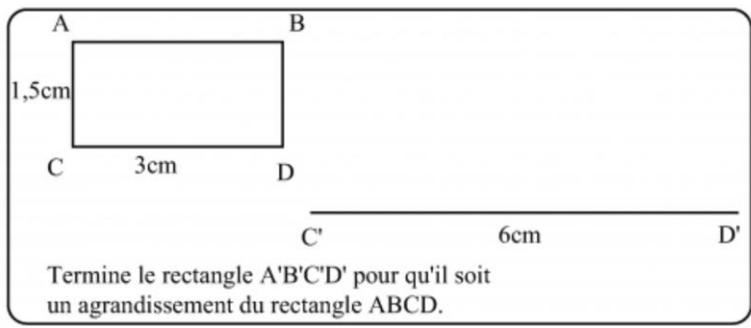


La proportionnalité est un modèle mathématique qui permet d'éclairer et de traiter des problèmes relevant de **différents contextes de la vie de tous les jours** (monnaie, soldes, recettes...) mais également **différents domaines d'études scientifiques ou non** (sciences, géographie...)

A ce titre, son étude est précieuse et sa maîtrise au sortir de l'école obligatoire est essentielle pour le futur citoyen.

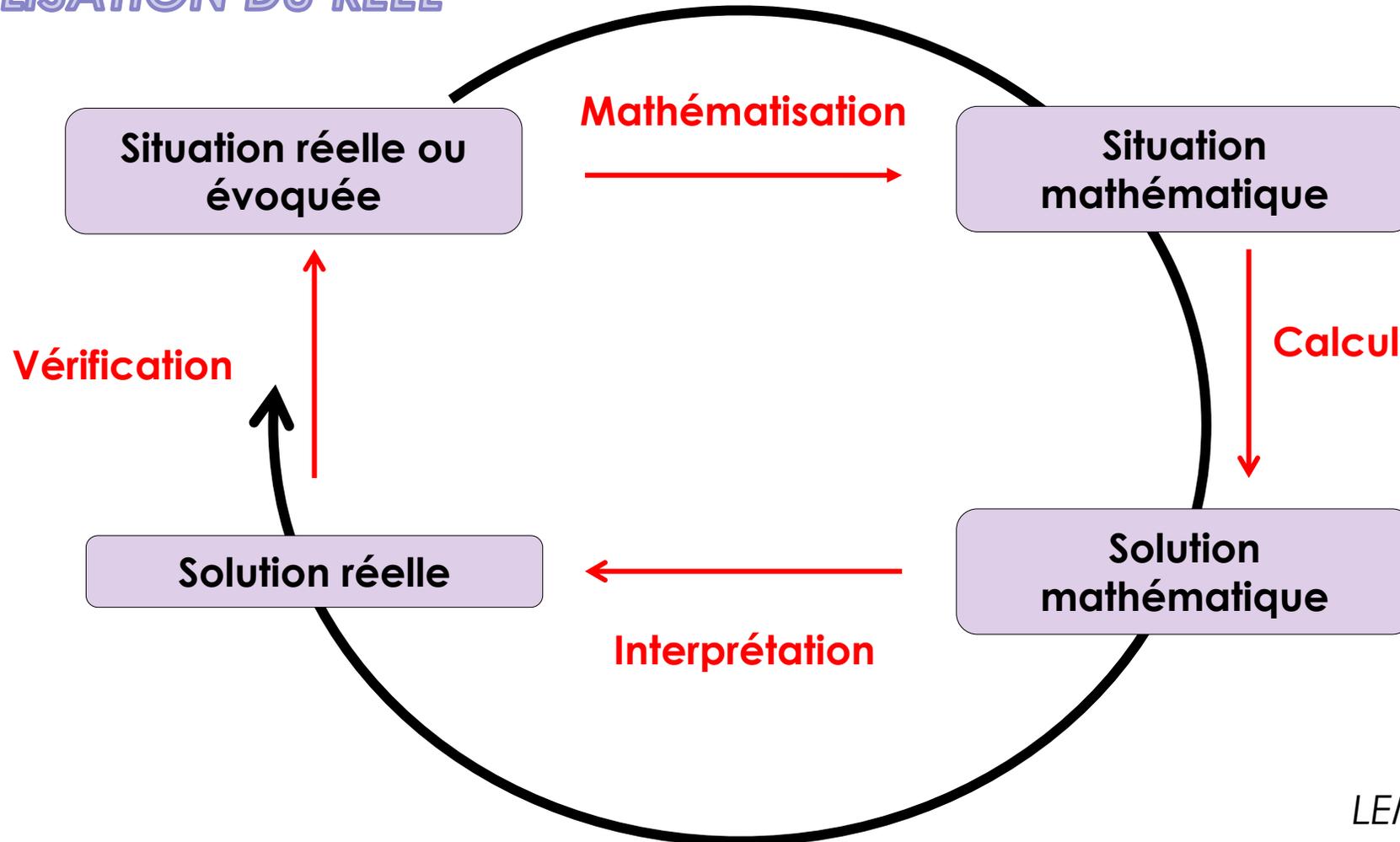


Arnaud Simard. Grand N n°90-2012

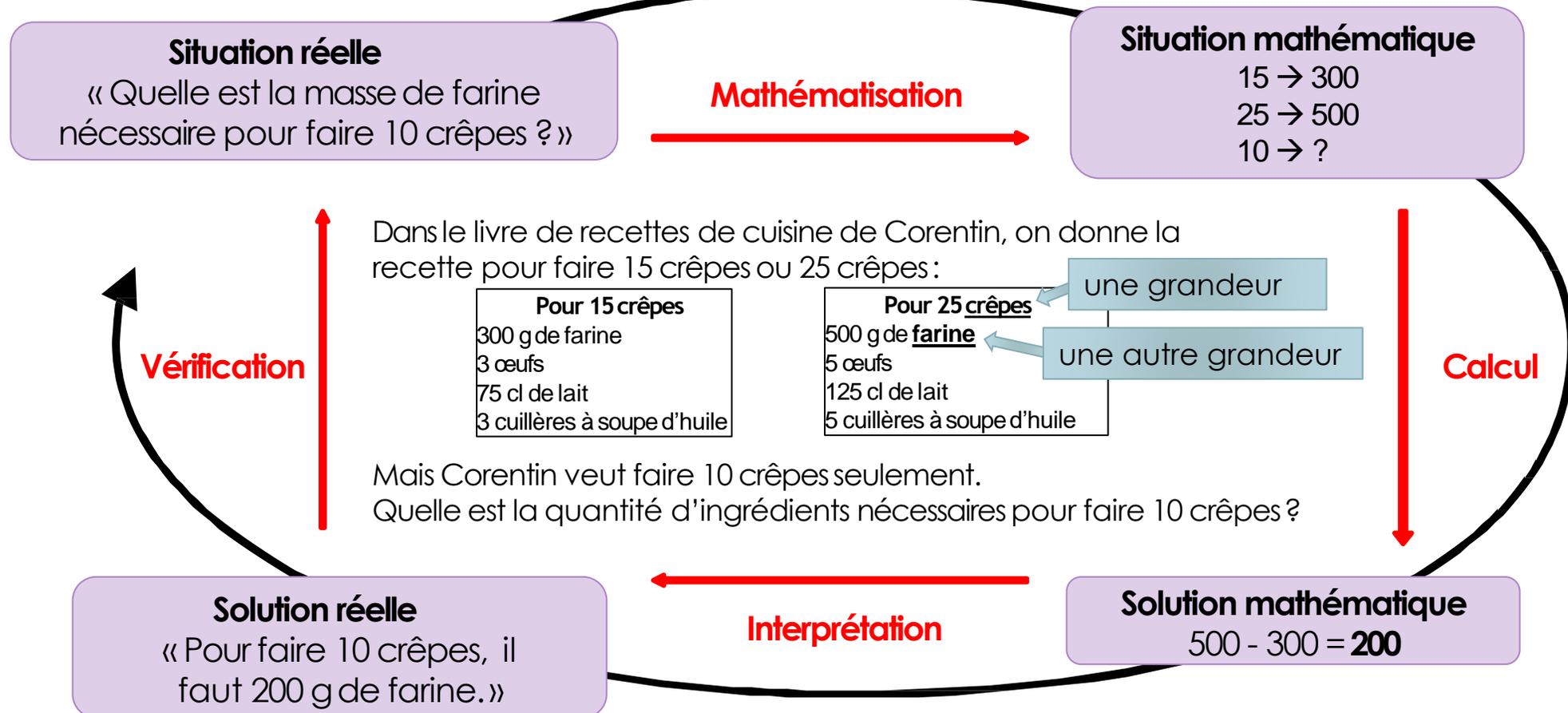


ECLAIRAGE NOTIONNEL

MODELISATION DU REEL



Exemple de cycle de modélisation



Exemple de cycle de modélisation

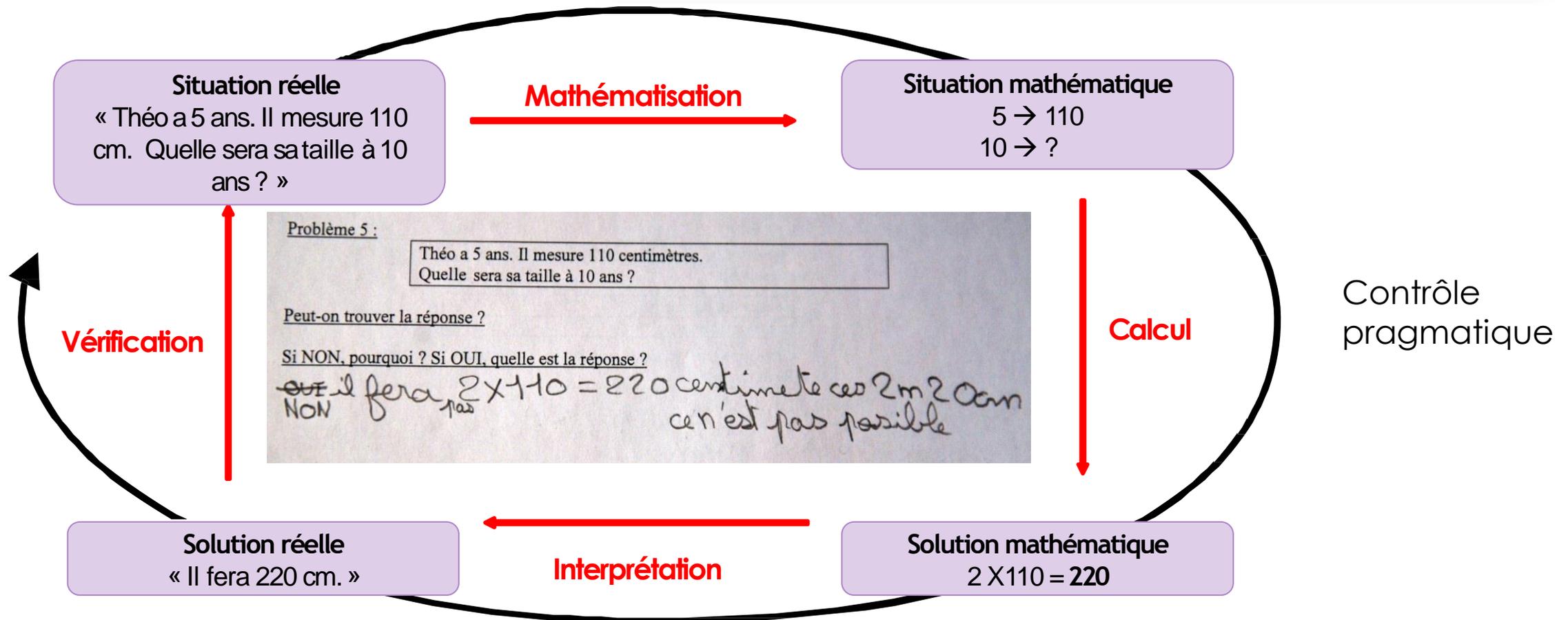
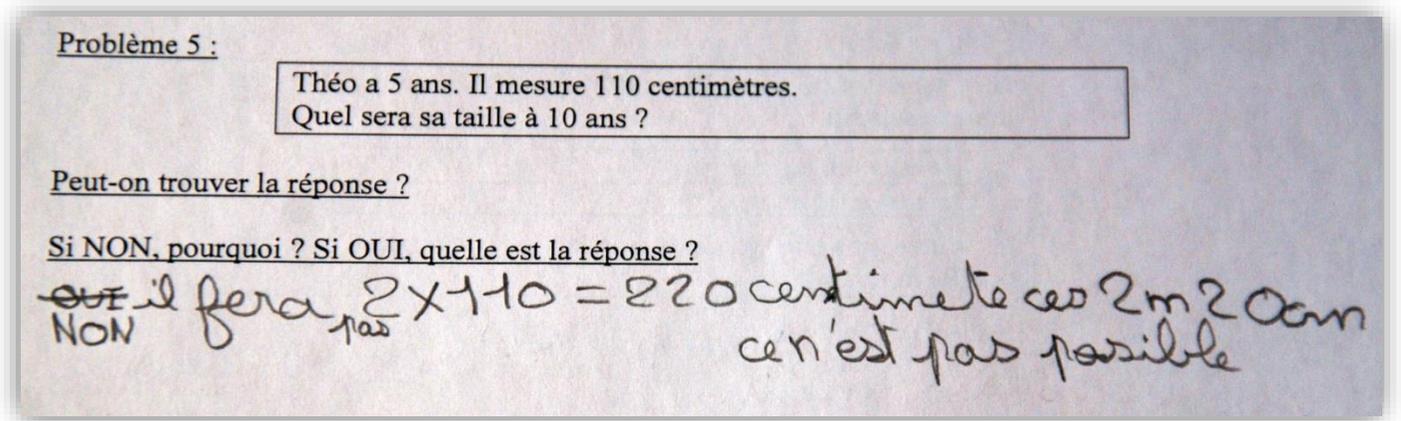
Problème 5 :

Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres.
Quel sera sa taille à 10 ans ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

Exemple de cycle de modélisation



DEFINITION

J'APPRENDS

COURS 1

Situations de proportionnalité

DÉFINITION

Deux grandeurs (ou deux suites de nombres) sont dites **proportionnelles** si l'on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre non nul. Ce nombre s'appelle **coefficient de proportionnalité**.

Exemples

situations de proportionnalité	situation de non-proportionnalité
Le prix payé pour des pêches est proportionnel à la masse achetée.	Si Maria mesure 1,20 mètre à 10 ans, on ne peut pas pour autant appliquer la proportionnalité pour donner sa taille à 20 ans ou 30 ans.
Le nombre de minutes est proportionnel au nombre d'heures.	

Définition en termes de grandeurs (mesurables)

Définition en termes algébriques

DEFINITION



- Deux suites de nombres qui se correspondent un à un sont proportionnelles lorsque les rapports de deux nombres correspondants sont égaux.
- Il existe une fonction linéaire $f(x) = a \times x$ qui décrit la liaison entre les suites de nombres considérées.

DEFINITION

Lorsque deux grandeurs sont liées et varient de la même manière, on dit qu'elles sont **proportionnelles**. Quand on multiplie l'une des grandeurs pour la faire varier, la deuxième est multipliée par le même nombre.

MÉTHODE Pour résoudre un problème de proportionnalité, j'utilise la multiplication.

1. Je cherche par quel nombre est multipliée la première grandeur.
2. Je multiplie la deuxième grandeur par le même nombre.

Par exemple, je sais que 2 potirons coûtent 5 € et je cherche le prix de 6 potirons.

1. J'ai **3 fois plus** de potirons : $2 \times 3 = 6$.
2. Leur prix sera donc **3 fois plus** élevé : $5 \times 3 = 15$ €.

Attention, quand deux grandeurs sont associées, il ne s'agit pas toujours de proportionnalité.

Par exemple, si Mbappé marque 3 buts en 20 minutes, cela ne veut pas dire qu'il en marquera 6 en 40 minutes.



The diagram shows a pumpkin icon above a table. The table has two rows: 'Nombre de potirons' and 'Prix (en euro)'. The first row has values 2 and 6, with a blue arrow pointing from 2 to 6 and the label 'x 3' above it. The second row has values 5 and '?', with a blue arrow pointing from 5 to '?' and the label 'x 3' below it.

Nombre de potirons	2	6
Prix (en euro)	5	?

Sachant que 4 stylos valent 2 euros,
combien valent 8 stylos?

Rapport interne simple
Rapport externe simple

Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros,
combien valent 8 stylos?

→ Utilisation des propriétés de linéarité

Rapport interne simple
Rapport externe complexe

Sachant que 4 stylos valent 2 euros,
combien valent 14 stylos?

→ Utilisation du coefficient de proportionnalité

Rapport interne complexe
Rapport externe simple

Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros,
combien valent 14 stylos?

Rapport interne complexe
Rapport externe complexe

1- Sachant que **4 stylos** valent **2 euros**,
combien valent **8 stylos** ?

→ Utilisation des propriétés de linéarité

Rapport interne simple
Rapport externe simple

2- Sachant que **4 stylos** valent **2 euros**,
combien valent **14 stylos** ?

→ Utilisation du coefficient de proportionnalité

Rapport interne complexe
Rapport externe simple

3- Sachant que **4 stylos** valent **2,42 €**,
combien valent **8 stylos** ?

→ Utilisation des propriétés de linéarité

Rapport interne simple
Rapport externe complexe

4- Sachant que **4 stylos** valent **2,42 euros**,
combien valent **14 stylos** ?

→ Pas de procédure efficace simple

Rapport interne complexe
Rapport externe complexe

MODELES MATHEMATiques SOUS-JACENTS

Le **rapport interne** est le **rapport qu'il y a entre les nombres**, les mesures d'une **même grandeur**, dans **la même unité**.

Sachant que **4 stylos** valent 2 euros,
combien valent **8 stylos** ?

Un rapport interne simple



Procédure basée
sur les relations de linéarité:
propriété additive et multiplicative

Le **rapport externe** est le **rapport dans un couple de données se correspondant**, c'est le **coefficient de proportionnalité**.

Sachant que **4 stylos** valent **2 euros**,
combien valent 14 stylos ?

Un rapport externe simple



Procédure basée
sur le
coefficient de proportionnalité

2 approches dans l'enseignement de la proportionnalité

- ◉ Approche arithmétique : Théorie des proportions
- ◉ Approche algébrique : Fonctions linéaires

NOTION MATHÉMATIQUE SOUS-JACENTE : fonction linéaire

CONTEXTE : Situation de proportionnalité

Si 3 bonbons valent 2,46 € alors
15 bonbons valent 12,30 €.

Le taxi roule à vitesse constante. S'il lui faut 3 minutes pour faire 2,46 km alors il lui faudra 15 minutes pour faire 12,30 km.

Si 3 cm sur la carte représentent 2,46 km dans la réalité alors 15 cm sur la carte représentent 12,30 km dans la réalité.

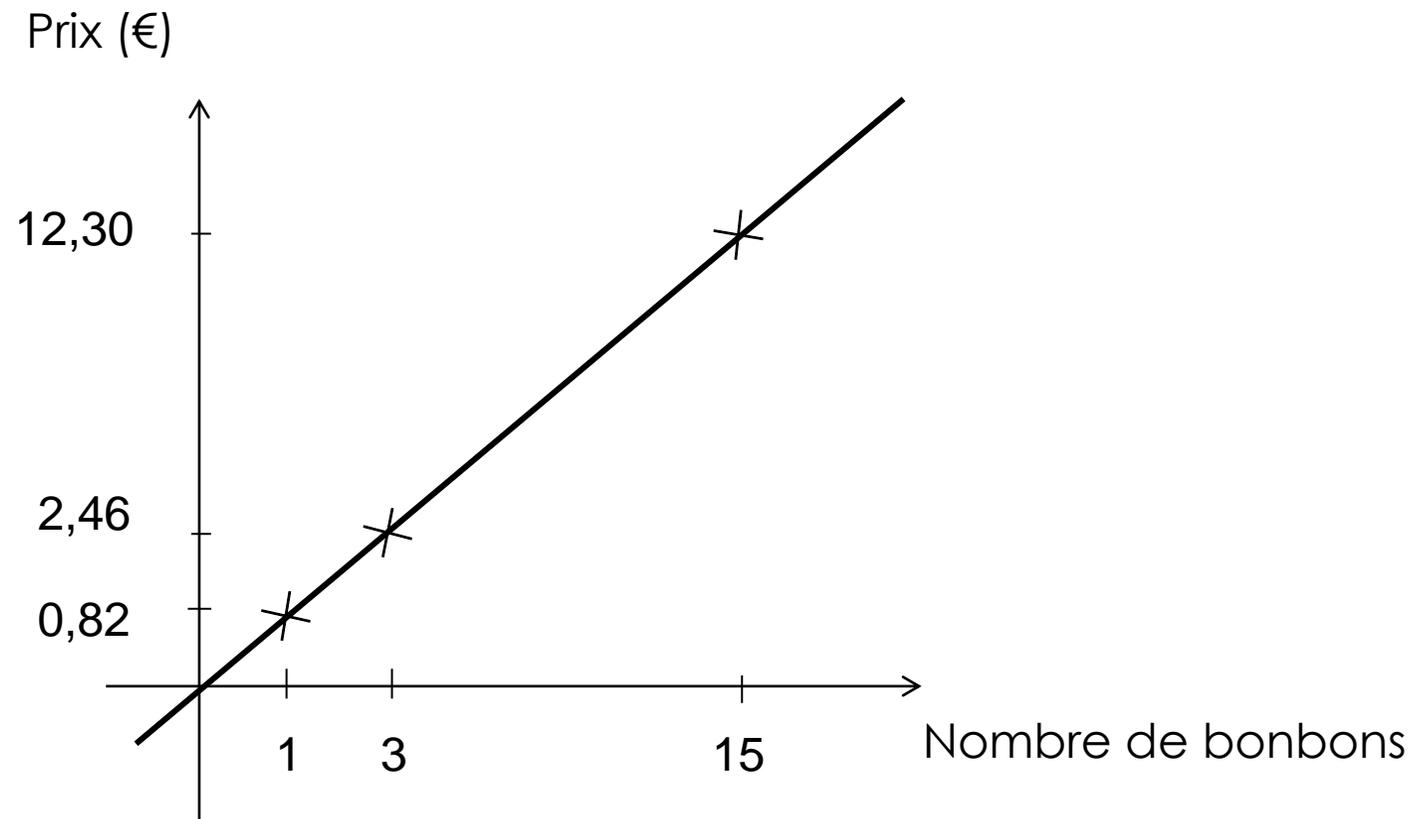
Fonction linéaire sous-jacente à ces situations
 $F(x) = 0,82x$

Cadre fonctionnel et cadre graphique

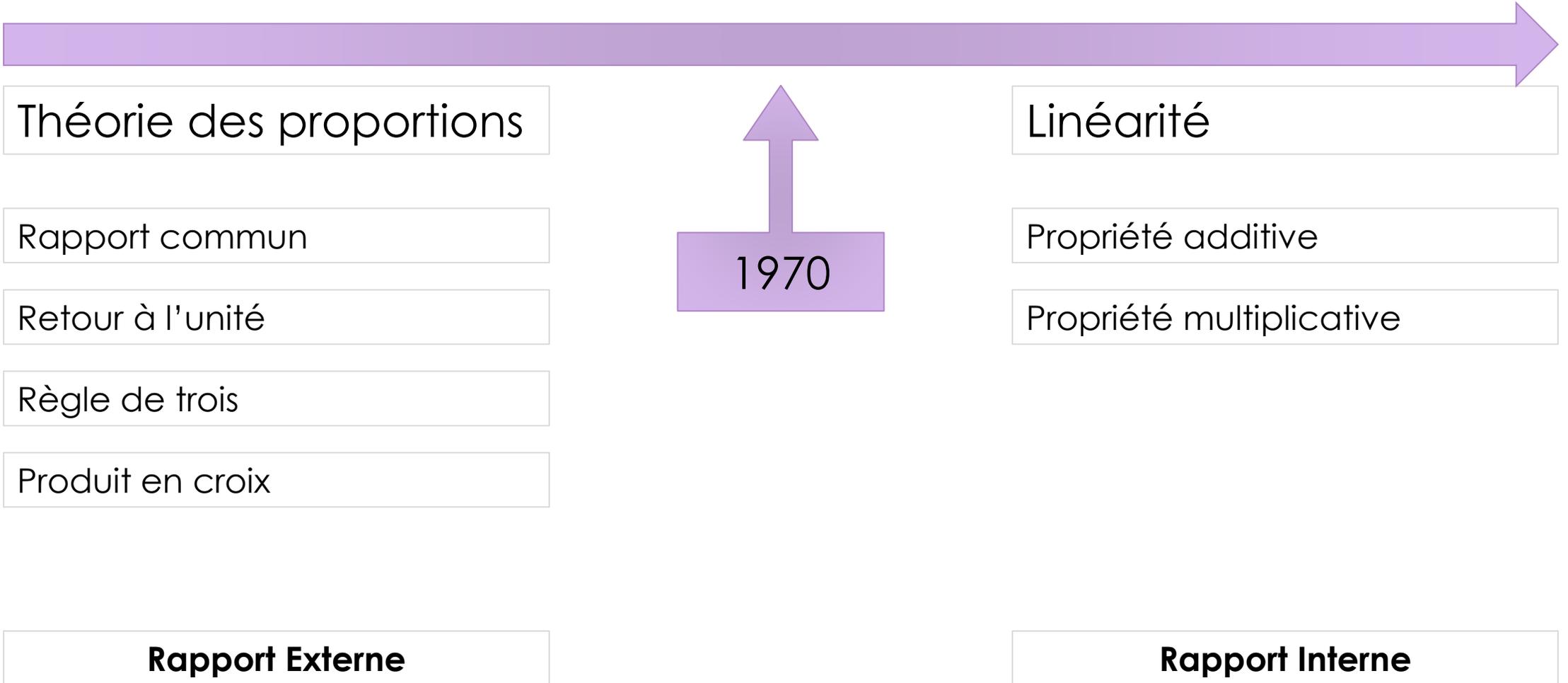
Nombre de bonbons	3	15	1
Prix à payer	2,46	12,30	0,82

× 0,82

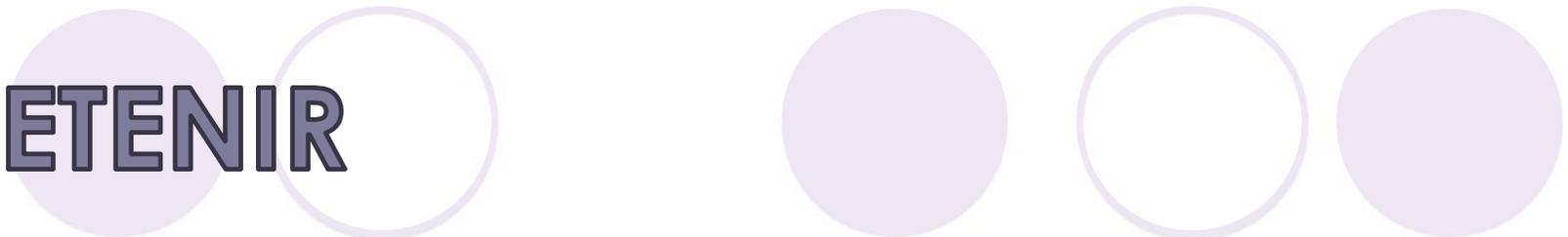
Les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine...



MODELES MATHEMATIKUES SOUS-JACENTS



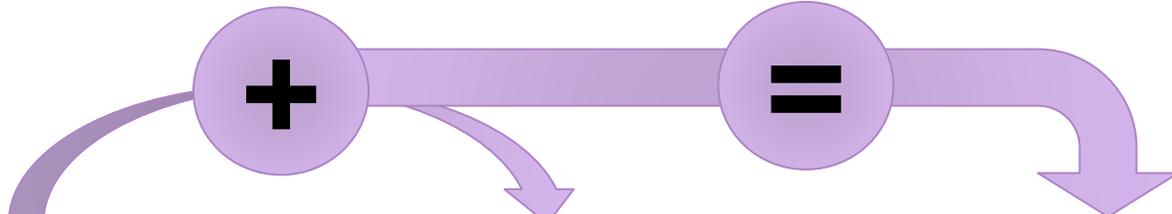
A RETENIR



- Deux grandeurs (ou suite de nombres) sont dites « **proportionnelles** » si l'on peut passer de l'une à l'autre en **multipliant par un même nombre** non nul.
- Les **relations internes et externes** entre les grandeurs, les nombres en jeu ont une **influence sur les raisonnements et les procédures mises en œuvres**.

Procédures de résolution attendues au C3

Propriété de linéarité additive



Nombre de crayons	3	6	9
Prix du lot en €	1,20	2,40	3,60

Lien avec le calcul mental :

$$7 \times 12 =$$

$$7 \times 10 = 70$$

$$7 \times 2 = 14$$

$$12 = 10 + 2 \text{ donc par linéarité additive } 7 \times 12 = 70 + 14 = 84$$

Propriété de linéarité multiplicative

The diagram shows a table with two rows: 'Nombre de crayons' and 'Prix du lot en €'. The columns represent quantities 3, 6, and 9. Above the table, an arrow labeled '×2' points from 3 to 6, and an arrow labeled '×1,5' points from 6 to 9. Below the table, an arrow labeled '×2' points from 1,20 to 2,40, and an arrow labeled '×1,5' points from 2,40 to 3,60.

Nombre de crayons	3	6	9
Prix du lot en €	1,20	2,40	3,60

Lien avec le calcul mental :

Une douzaine d'œufs identiques pèsent 600g donc, par linéarité multiplicative :

6 œufs pèsent deux fois moins, soit 300 g;

36 œufs pèsent trois fois plus, soit 1 800g.

Propriété de Linéarité Mixte

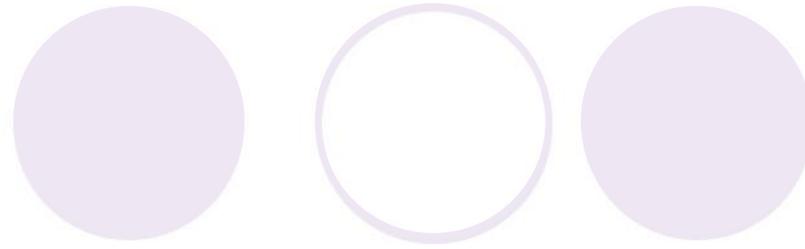
The diagram illustrates the mixed linearity property using a table and arrows. The table shows the relationship between the number of crayons and the price of a lot. Arrows indicate operations: $\div 2$ and $\times 2$ for the number of crayons, and $+$ and $=$ for the price.

Nombre de crayons	3	6	12	15
Prix du lot en €	4,50	9	18	22,50

Operations shown:

- $\div 2$ (from 6 to 3)
- $\times 2$ (from 6 to 12)
- $+$ (from 4,50 to 9)
- $=$ (from 9 to 22,50)

Retour à l'unité

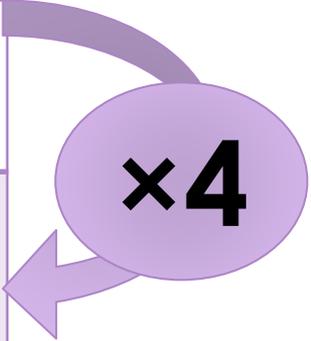


Nombre de crayons	10	1	13
Prix du lot en €	30	3	?

Two purple curved arrows are positioned above the table. The first arrow starts under the '10' cell and points to the '13' cell. The second arrow starts under the '1' cell and also points to the '13' cell.

Coefficient de proportionnalité

Temps (heures)	9	108
Consommation (litres)	36	?



Différence entre retour à l'unité et coefficient de proportionnalité

Biscuits	1	6	10
Prix en €	1,20	7,20	?

1,2 est un prix

Biscuits	6	10
Prix en €	7,20	?

×1,2

1,2 n'a pas d'unité. C'est une grandeur quotient

ECLAIRAGE DIDACTIQUE



UNE CONTINUITÉ AVEC LES CYCLES 1 ET 2

Problèmes d'échanges

Une bille bleue vaut 2 billes rouges.
Si je te donne 2 billes bleues, combien me donnes-tu de billes rouges ?



vaut



vaut

?

Problèmes multiplicatifs

Tom a 2 billes rouges. Paul a **trois fois plus** de billes que Tom.
Combien de billes a Paul ?

La proportionnalité, un concept qui se construit dans la durée, dès le CP...

LA PROPORTIONNALITE DANS LES PROGRAMMES.

CHERCHER

MODELISER

REPRESENTER

RAISONNER

CALCULER

COMMUNIQUER

LA PROPORTIONNALITE DANS LES PROGRAMMES.

Reconnaitre et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée.

Exemples :

Mobiliser les propriétés de linéarité (additives et multiplicatives), de proportionnalité, de passage à l'unité.

Utiliser des exemples de tableaux de proportionnalité.

LA PROPORTIONNALITE DANS LES PROGRAMMES.

Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.
» Graphiques représentant des variations entre deux grandeurs.

Exemples :

Comparer distance parcourue et temps écoulé, quantité d'essence consommée et distance parcourue, quantité de liquide écoulée et temps écoulé, etc.

LA PROPORTIONNALITE DANS LES PROGRAMMES.

**Reproduire une figure en respectant une échelle.
» Agrandissement ou réduction d'une figure.**

Exemples :

***Reproduire une figure à partir d'un modèle
(l'échelle pouvant être donnée par des éléments déjà tracés).***

LA PROPORTIONNALITE DANS LES PROGRAMMES.

Repères de progressivité : le cas particulier de la proportionnalité

La proportionnalité doit être traitée dans le cadre de chacun des trois domaines « nombres et calculs », « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie ».

En CM1, le recours aux propriétés de linéarité (additive et multiplicative) est privilégié dans des problèmes mettant en jeu des nombres entiers. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples (« si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « si 6 stylos coutent 10 euros et 3 stylos coutent 5 euros, alors 9 stylos coutent 15 euros »). Les procédures du type passage par l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées progressivement sur des problèmes le nécessitant et en fonction des nombres (entiers ou décimaux) choisis dans l'énoncé ou intervenant dans les calculs. À partir du CM2, des situations impliquant des échelles ou des vitesses constantes peuvent être rencontrées. Le sens de l'expression « ...% de » apparaît en milieu de cycle. Il s'agit de savoir l'utiliser dans des cas simples (50 %, 25 %, 75 %, 10 %) où aucune technique n'est nécessaire, en lien avec les fractions d'une quantité. En fin de cycle, l'application d'un taux de pourcentage est un attendu.

LA PROPORTIONNALITE DANS LES PROGRAMMES.

On dispose d'un sac de billes identiques.
On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g).

Début CM1

Linéarité additive et soustractive

Ex : Quelle est la masse de 8 billes ? De 2 billes ?

Fin CM1

Linéarité additive et soustractive.

Linéarité multiplicative (double)

Linéarité mixte

Ex : Quelle est la masse de 6 billes ? 10 billes ?
13 billes ? 7 billes ?

LA PROPORTIONNALITE DANS LES PROGRAMMES.

On dispose d'un sac de billes identiques.
On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g).

Début CM2

Linéarité additive et soustractive.

Linéarité multiplicative

Linéarité mixte

Linéarité de division

Ex : Quelle est la masse de 21 billes ? De 28 billes ? De 500 billes ? De 250 billes ? De 125 billes ?

Fin CM2

Linéarités

Passage à l'unité

Ex : Quelle est la masse de 20 billes ? 21 billes ? 1 bille ? 87 billes ?

LA PROPORTIONNALITE DANS LES PROGRAMMES.

On dispose d'un sac de billes identiques.
On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g).

Début 6^{ème}

Linéarités.

Passage à l'unité

Coefficient de proportionnalité

Ex : À l'aide du tableur, donner la masse de tous les paquets de moins de 180 billes.

Fin 6^{ème}

Linéarités

Passage à l'unité

Coefficient de proportionnalité et tableau de proportionnalité

Ex : Résumer sous forme de tableau la situation de la masse des billes en sachant faire apparaître les opérations de linéarité et le coefficient de proportionnalité

LA PROPORTIONNALITE DANS LES MANUELS.

61 La proportionnalité au quotidien

Reconnaitre la proportionnalité dans les problèmes

CALCUL MENTAL - jeu du portrait

1 Lorsque je fais de la mousse au chocolat pour 3 personnes, j'utilise 2 œufs. Pour 15 personnes, j'utilise 10 œufs.

Et si nous sommes 6, combien faudra-t-il d'œufs ?

À mon anniversaire, nous serons 24. Combien faudra-t-il d'œufs pour faire la même mousse au chocolat ?

Et pour 9 personnes, combien faudra-t-il d'œufs ?

a Réponds aux questions de Zora, Alice et Roméo en complétant le tableau.

Nombre de personnes	3	6	9	15	24	30
Quantité d'œufs

b Pour la mousse au chocolat, il faut aussi 50 g de chocolat par personne. Complète le tableau.

Nombre de personnes	1	3	6	9	15	24	30
Quantité de chocolat (en g)

c Il faut 15 minutes pour préparer cette mousse au chocolat pour 3 personnes. Roméo dit qu'il faut 2 fois plus de temps pour en préparer une pour 6 personnes. A-t-il raison ?

2 Problème

La ratatouille méridionale est un plat de légumes. Écris les ingrédients nécessaires à la confection de ce plat pour 8 personnes, pour 12 personnes et pour 20 personnes.

Ingrédients pour 4 personnes

- 2 aubergines
- 3 courgettes
- 4 tomates
- 1 oignon
- 10 olives noires
- 3 gousses d'ail
- 6 cuillères à soupe d'huile d'olive

OBJECTIFS : s'autoriser à élaborer des procédures personnelles pour résoudre des problèmes. Reconnaitre ceux pour lesquels on ne peut pas prévoir les réponses.

CALCUL MENTAL ► Faire le portrait d'un nombre entier (ex. : « C'est un nombre impair compris entre 10 et 100, multiple de 5, la somme de ses chiffres est 9. »).

3 Problème

Le restaurant « La poule au pot » livre des plateaux repas à 10 € l'un et demande 3 € de frais de déplacement quel que soit le nombre de plateaux livrés.

Le patron a commencé à préparer un tableau afin d'établir rapidement les factures. Complète son tableau.

Nombre de plateaux	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Prix à payer en €	13

4 Problème

Calcule le prix des baguettes. Chaque baguette coûte 90 centimes.

Nombre de baguettes	1	2	3	4	5	10	14
Prix à payer en centimes	90

5 Problème

Calcule le prix des croissants. Ils sont vendus par paquet de 3 croissants. Chaque paquet coûte 2 €.

Nombre de croissants	3	6	9	12	15	21
Prix à payer en €	2

6 Problème

Le tableau donne la taille de Tommy en fonction de son âge. À partir de ces informations, peux-tu prévoir la taille qu'aura Tommy à 8 ans ?

Âge (en années)	3	4	5	6	7	8
Taille (en cm)	95	103	109	115	122	...

7 Problème

Le tableau donne la distance de freinage pour une voiture roulant sur une route sèche à la vitesse indiquée. Peux-tu en déduire la distance de freinage pour une voiture roulant à 130 km/h ?

Vitesse (en km/h)	Distance de freinage (en m)
30	13
50	29
70	45
90	65
130	...

Les petits mathématiciens POTIERS

Six potiers réalisent 8 vases en 3 heures. Combien de vases réalisent trois potiers en 9 heures ?

Je calcule rapidement

a. « Je suis compris entre 400 et 500, je suis multiple de 80. Qui suis-je ? »

b. « Je suis un nombre multiple de 5, compris entre 900 et 1 000. Si on m'ajoute 10, je dépasse 1 000. Qui suis-je ? »

Opération maths CM1
Ed 2016, p 128-129

LA PROPORTIONNALITE DANS LES MANUELS.

86

Organisation et gestion de données La proportionnalité



Activité de découverte
Calculer le prix de 2, 3, 4, 5 ou 10 articles identiques dont le prix à l'unité est un nombre entier.

Compétences et connaissances associées : Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée. Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.

Calcul mental : Additionner deux décimaux (en centièmes) plus petits que 1 dont la somme ne dépasse pas 1.

Je comprends

Pour la kermesse de l'école, Idriss a acheté 6 sacs de confettis et a payé 30 €. Zora veut acheter 8 sacs de confettis dans le même magasin. Combien va-t-elle payer ?



Tu peux calculer le prix de l'unité :

$$6 \times ? = 30 \rightarrow 30 : 6 = 5$$

1 sac coûte donc 5 €.

Calcule ensuite le prix des 8 sacs.

$$8 \times 5 = 40$$

8 sacs coûteront 40 €.



On dit que le prix des sacs de confettis est **proportionnel** au nombre de sacs achetés.

Tu peux aussi utiliser un tableau.

Tu dois trouver **par combien** il faut multiplier la première colonne pour obtenir le résultat dans la seconde colonne.

Quantité	Prix (€)
6	30
8	?

$$6 \times ? = 30 \rightarrow 30 : 6 = 5$$

1 sac coûte 5 €.

Pour trouver le prix selon différentes quantités, il faut multiplier la première colonne par 5 et compléter le tableau.

$$8 \times 5 = 40$$

8 sacs coûteront 40 €.

Quantité	Prix (€)
6	30
8	40

Je comprends

Parfois, tu ne peux pas calculer la valeur de l'unité.

Lou a acheté 3 chocolats et a payé 2 €. Combien doit-elle payer pour 6 chocolats ?



6 chocolats, c'est le **double** de 3 chocolats. Donc 6 chocolats coûtent le **double** de 2 €.
 $2 \times 2 = 4$ 6 chocolats coûtent 4 €.

Nombre de chocolats	Prix (€)
3	2
6	4



Je m'entraîne

3 Problème

La voiture de M. Vroum consomme 6 L d'essence tous les 100 km.

a. **Observe** le tableau suivant.

Essence (en L)	Distance (en km)
3	...
6	100
12	...
...	300

b. **Calcule** les nombres à mettre dans la case verte, la case jaune et la case bleue.

c. **Complète** les deux colonnes du tableau et réponds :

• Quelle distance M. Vroum peut-il parcourir avec 12 L d'essence ? avec 3 L ?

• Quelle quantité d'essence lui faut-il pour parcourir 300 km ?

4 Problème

En appuyant 5 secondes sur le bouton « Marche », la voiture télécommandée avance de 2 m.

Combien de temps faut-il appuyer pour la faire avancer de 16 m ?

Recopie et complète le tableau suivant puis réponds.

Durée	Distance
5 s	2 m
...	...

5 Problème



Construis toi-même le tableau qui convient.

Observe l'affiche puis réponds aux questions.

- Un client achète 18 bourriches d'huitres. Combien de boîtes de chocolats recevra-t-il ?
- Un autre client achète 12 bourriches. Combien de boîtes de chocolats recevra-t-il ?

6 Problème

Observe bien le prix des poissons dans les deux magasins.

- Calcule le prix des 50 poissons chez « L'aquarium ».
- Est-il possible de trouver une règle qui permettrait de calculer le prix de 50 poissons à « Passion poissons » ? Pourquoi ?

L'Aquarium	
10 poissons	24 €
20 poissons	48 €
50 poissons	? €

Passion Poisson	
10 poissons	25 €
20 poissons	40 €
50 poissons	? €

Chez « Passion poissons », le prix des poissons n'est pas proportionnel au nombre de poissons achetés.



Je m'entraîne

1 Problème

a. **Observe** le tableau suivant et réponds :

Par quel nombre faut-il multiplier la première colonne (le nombre de paquets) pour obtenir le résultat dans la deuxième colonne (le nombre de biscuits) ?

b. **Complète** le tableau, puis réponds :

- Combien de biscuits y a-t-il dans 4 paquets ?
- Combien de paquets faut-il pour avoir 35 biscuits ?

Paquets	Biscuits
6	42
4	...
...	35

2 Problème

Margot a acheté 3 jeux de cartes pour 24 €.

Recopie et complète le tableau pour répondre aux questions suivantes.

- Combien Margot paiera-t-elle pour 4 jeux de cartes ?
- Axel a payé 40 €. Combien de jeux de cartes a-t-il achetés ?

Quantité	Prix (€)
3	24
4	...
...	40

LA PROPORTIONNALITE DANS LES MANUELS.

61 La proportionnalité au quotidien
 Reconnaitre la proportionnalité dans les problèmes
 CALCUL MENTAL * jeu du portrait

1 Lorsque je fais de la mousse au chocolat pour 3 personnes, j'utilise 2 œufs. Pour 15 personnes, j'utilise 10 œufs.
 À mon anniversaire, nous serons 24. Combien faudra-t-il d'œufs pour faire la même mousse au chocolat ?
 Et si nous sommes 6, combien faudra-t-il d'œufs ?
 Et pour 9 personnes, combien faudra-t-il d'œufs ?

Réponds aux questions de Zora, Alice et Roméo en complétant le tableau.

Nombre de personnes	3	6	9	15	24	30
Quantité d'œufs

Pour la mousse au chocolat, il faut aussi 50 g de chocolat par personne. Complète le tableau.

Nombre de personnes	1	3	6	9	15	24	30
Quantité de chocolat (en g)

Il faut 15 minutes pour préparer cette mousse au chocolat pour 3 personnes. Roméo dit qu'il faut 2 fois plus de temps pour en préparer une pour 6 personnes. A-t-il raison ?

2 Problème
 La ratatouille méridionale est un plat de légumes. Écris les ingrédients nécessaires à la confection de ce plat pour 8 personnes, pour 12 personnes et pour 20 personnes.

Ingrédients pour 4 personnes
 • 2 aubergines • 10 olives noires
 • 3 courgettes • 3 gousses d'ail
 • 4 tomates • 6 cuillères à soupe d'huile d'olive
 • 1 oignon

OBJECTIFS : s'autoriser à élaborer des procédures personnelles pour résoudre des problèmes. Reconnaitre ceux pour lesquels on ne peut pas prévoir les réponses.
 CALCUL MENTAL ► faire le portrait d'un nombre entier (ex. : « C'est un nombre impair compris entre 10 et 100, multiple de 5, la somme de ses chiffres est 9. »).

3 Problème
 Le restaurant « La poule au pot » livre des plateaux repas à 10 € l'un et demande 3 € de frais de déplacement quel que soit le nombre de plateaux livrés.
 Le patron a commencé à préparer un tableau afin d'établir rapidement les factures. Complète son tableau.

Nombre de plateaux	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Prix à payer en €	13

4 Problème
 Calcule le prix des baguettes. Chaque baguette coûte 90 centimes.

Nombre de baguettes	1	2	3	4	5	10	14
Prix à payer en centimes	90

5 Problème
 Calcule le prix des croissants. Ils sont vendus par paquet de 3 croissants. Chaque paquet coûte 2 €.

Nombre de croissants	3	6	9	12	15	21
Prix à payer en €	2

6 Problème
 Le tableau donne la taille de Tommy en fonction de son âge.

Âge (en années)	3	4	5	6	7	8
Taille (en cm)	95	103	109	115	122	...

7 Problème
 Le tableau donne la distance de freinage pour une voiture roulant sur une route sèche à la vitesse indiquée. Peux-tu en déduire la distance de freinage pour une voiture roulant à 130 km/h ?

Vitesse (en km/h)	Distance de freinage (en m)
30	13
50	29
70	45
90	65
130	...

Les petits mathéux POTIERS
 Six potiers réalisent 8 vases en 3 heures. Combien de vases réalisent trois potiers en 9 heures ?

Je calcule rapidement
 a. « Je suis compris entre 400 et 500, je suis multiple de 80. Qui suis-je ? »
 b. « Je suis un nombre multiple de 5, compris entre 900 et 1 000. Si on m'ajoute 10, je dépasse 1 000. Qui suis-je ? »

7 tableaux

Opération maths CM1
 Ed 2016, p 128-129

LA PROPORTIONNALITE DANS LES MANUELS.

86

La proportionnalité

Organisation et gestion de données



Activité de découverte
Calculer le prix de 2, 3, 4, 5 ou 10 articles identiques dont le prix à l'unité est un nombre entier.

Compétences et connaissances associées : Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée. Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.

Calcul mental : Additionner deux décimaux (en centèmes) plus petits que 1 dont la somme ne dépasse pas 1.

Je comprends

Pour la kermesse de l'école, Idriss a acheté 6 sacs de confettis et a payé 30 €. Zora veut acheter 8 sacs de confettis dans le même magasin. Combien va-t-elle payer ?



Tu peux calculer le prix de l'unité :

$$6 \times ? = 30 \rightarrow 30 : 6 = 5$$

1 sac coûte donc 5 €.

Calcule ensuite le prix des 8 sacs.

$$8 \times 5 = 40$$

8 sacs coûteront 40 €.



On dit que le prix des sacs de confettis est proportionnel au nombre de sacs achetés.

Tu peux aussi utiliser un tableau.

Tu dois trouver par combien il faut multiplier la première colonne pour obtenir le résultat dans la seconde colonne.

Quantité	Prix (€)
6	30
8	?

$$6 \times ? = 30 \rightarrow 30 : 6 = 5$$

1 sac coûte 5 €.

Quantité	Prix (€)
6	30
8	40

8 sacs coûteront 40 €.

Je m'entraîne

1 Problème

a. Observe le tableau suivant et réponds :

Par quel nombre faut-il multiplier la première colonne [le nombre de paquets] pour obtenir le résultat dans la deuxième colonne [le nombre de biscuits] ?

b. Complète le tableau, puis réponds :

Combien de biscuits y a-t-il dans 4 paquets ?

Combien de paquets faut-il pour avoir 35 biscuits ?

Paquets	Biscuits
6	42
4	...
...	35

2 Problème

Margot a acheté 3 jeux de cartes pour 24 €.

Recopie et complète le tableau pour répondre aux questions suivantes.

a. Combien Margot paiera-t-elle pour 4 jeux de cartes ?

b. Axel a payé 40 €. Combien de jeux de cartes a-t-il achetés ?

Quantité	Prix (€)
3	24
4	...
...	40

Je comprends

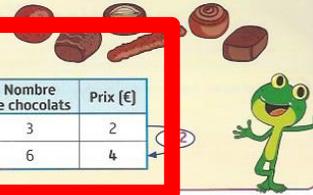
Parfois, tu ne peux pas calculer la valeur de l'unité.

Lou a acheté 3 chocolats et a payé 2 €. Combien doit-elle payer pour 6 chocolats ?

6 chocolats, c'est le double de 3 chocolats. Donc 6 chocolats coûtent le double de 2 €.

$$2 \times 2 = 4 \quad \text{6 chocolats coûtent 4 €.}$$

Nombre de chocolats	Prix (€)
3	2
6	4



Je m'entraîne

3 Problème

La voiture de M. Vroom consomme 6 L d'essence tous les 100 km.

a. Observe le tableau suivant.

b. Calcule les nombres à mettre dans la case verte, la case jaune et la case bleue.

c. Complète les deux colonnes du tableau et réponds :

Quelle distance M. Vroom peut-il parcourir avec 12 L d'essence ? avec 3 L ?

Quelle quantité d'essence lui faut-il pour parcourir 300 km ?

essence (en L)	Distance (en km)
3	...
6	100
12	...
...	300

4 Problème

En appuyant 5 secondes sur le bouton « Marche », la voiture télécommandée avance de 2 m.

Combien de temps faut-il appuyer pour la faire avancer de 16 m ?

Recopie et complète le tableau suivant puis réponds.

Durée	Distance
5 s	2 m
...	...

5 Problème



Construis toi-même le tableau qui convient.

Observe l'annexe puis réponds aux questions.

a. Un client achète 18 bourriches d'huitres. Combien de boîtes de chocolats recevra-t-il ?

b. Un autre client achète 12 bourriches. Combien de boîtes de chocolats recevra-t-il ?

6 Problème

Observe bien le prix des poissons dans les deux magasins.

a. Calcule le prix des 50 poissons chez « L'aquarium »

b. Est-il possible de trouver une règle qui permettrait de calculer le prix de 50 poissons à « Passion poissons » ? Pourquoi ?

L'Aquarium		Passion Poissons	
10 poissons	24 €	10 poissons	25 €
20 poissons	48 €	20 poissons	40 €
50 poissons	? €	50 poissons	? €

Chez « Passion poissons », le prix des poissons n'est pas proportionnel au nombre de poissons achetés.



9 tableaux

Maths tout terrain CM1
Ed 2016, p 176-177

LA PROPORTIONNALITE DANS LES MANUELS.

Le sens de la proportionnalité



Liaison multiplicative entre des grandeurs

Pour parler de proportionnalité **avec des élèves** (cycle 3 et 4), il est important de ne pas systématiser la représentation sous forme de tableau de nombres.

• Tu peux aussi utiliser un tableau.

Tu dois trouver **par combien** il faut **multiplier** la première colonne pour obtenir le résultat dans la seconde colonne.

Quantité	Prix (€)
6	30
8	?

$$6 \times ? = 30 \rightarrow 30 : 6 = 5$$

1 sac coute 5 €.

Pour trouver le prix selon différentes quantités, il faut multiplier la première colonne par **5** et compléter le tableau.

$$8 \times 5 = 40$$

Quantité	Prix (€)
6	30
8	40

8 sacs couteront 40 €.

Aide « technique » **vidée de sens**

RECONNAÎTRE DES SITUATIONS DE PROPORTIONNALITE

Vendus à l'unité et au même tarif

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros,
combien valent 14 bonbons?

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros
et que 6 bonbons valent 3 euros,
combien valent 14 bonbons?

Introduction
d'un 3^{ème}
couple de
données

RECONNAÎTRE DES SITUATIONS DE PROPORTIONNALITE

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros, combien valent 8 bonbons?

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros, combien valent 8 bonbons?

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros, combien valent 14 bonbons?

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros, combien valent 14 bonbons?

Pourquoi changer de procédure ?

Relation entre les nombres
(variable didactique fondamentale)

Savoir faire « parler les nombres »

RESOUDRE DES PROBLEMES

Ingrédients

Nombre de crêpes

− 15 +

Ajout au panier



2 tasses de farine



2 oeufs entier



2 paquets de sucre vanillé



1 pincée de sel



3 tasses de lait (ou eau)

Préparation

Temps Total : 25 min

Préparation : 10 min

Cuisson : 15 min

- 1 Mettre la farine, les 2 oeufs, les 2 paquets de sucre vanillé et la pincée de sel dans le bol du robot.
- 2 Mixer le tout, en ajoutant petit à petit le lait.
- 3 Mélanger jusqu'à ce que la pâte soit homogène, et le tour est joué!
- 4 Verser une louche de pâte dans une crêpière et laisser cuire la crêpe en retournant à mi-cuisson. Répéter l'opération jusqu'à épuisement des ingrédients.

Quelle quantité d'ingrédients pour 20 crêpes ?

$\frac{8}{3}$ de tasses de farine, $\frac{8}{3}$ d'œufs, $\frac{8}{3}$ de paquets de sucre, $\frac{4}{3}$ de pincées de sel, 4 tasses de lait...

RESOUDRE DES PROBLEMES

Attention aux implicites

Augmenter la variété des procédures utilisables et inciter les élèves à opérer le choix le plus approprié à la situation particulière à traiter.

Augmenter la capacité à mobiliser une procédure donnée et en accroître l'efficacité, notamment en l'utilisant avec d'autres types de nombres que ceux avec lesquels elle a d'abord fonctionné.

Renforcer la compréhension des liens qui existent entre ces différentes procédures.

RESOUDRE DES PROBLEMES

Problème:

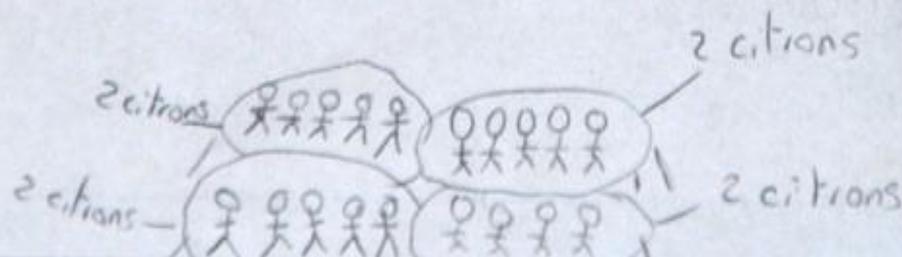
Dans la recette du poulet au citron, il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes?

- Peut-on trouver la réponse ?
- Si non, pourquoi ? Si oui, quelle est ta réponse ?

RESOUDRE DES PROBLEMES

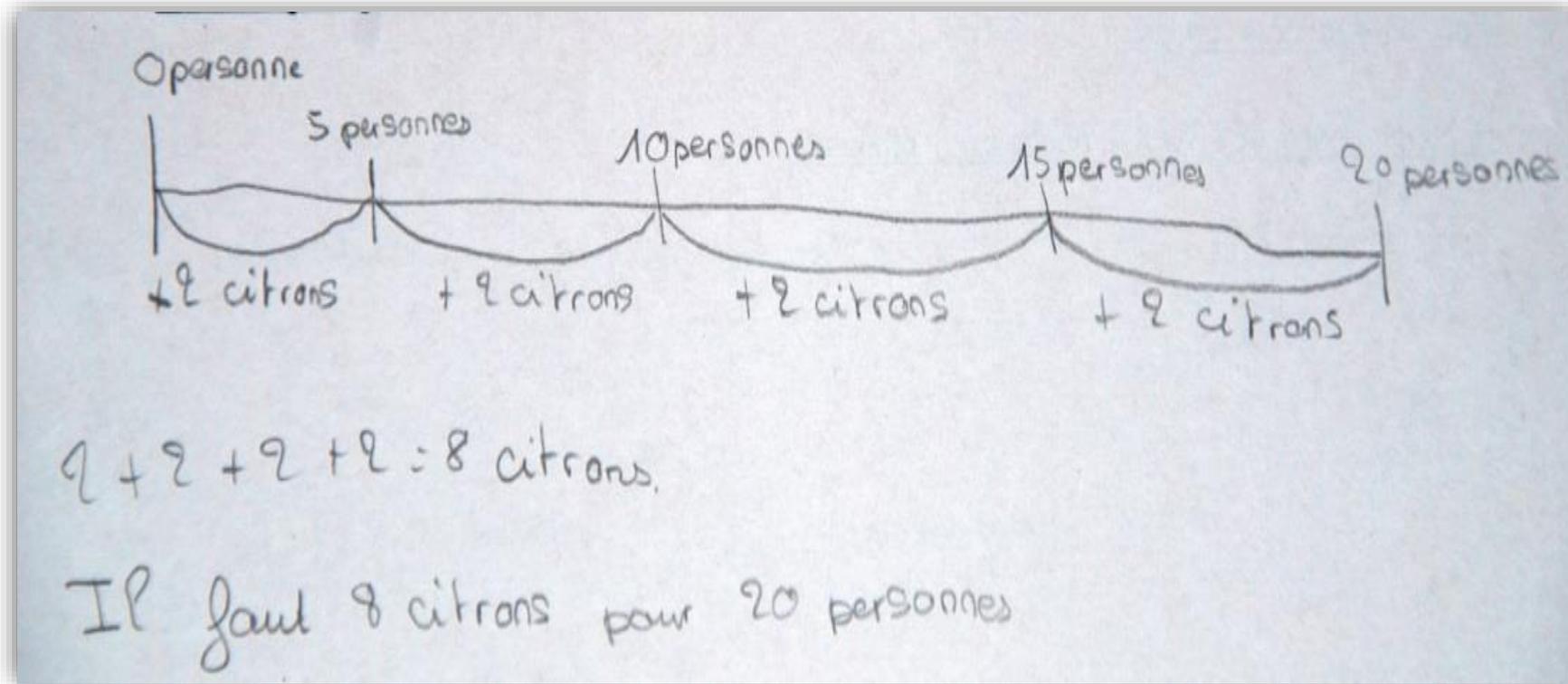
Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ? Il faut 8 citrons pour 20 personnes.

j'ai fait 4 tables de 5 personnes et j'ai ajouter 2 citrons à une table. Puis j'ai additionner le nombre de citrons.



Propriété additive de la linéarité

RESOUDRE DES PROBLEMES



Propriété additive de la linéarité

RESOUDRE DES PROBLEMES

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? oui

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$$\begin{array}{r} \times 2 \\ 4 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 5 \\ 4 \\ \hline 20 \end{array}$$

2 citrons	pour 5 personnes
4 citrons	pour 10 personnes
6 citrons	pour 15 personnes
8 citrons	pour 20 personnes

il faut 8 oeufs pour 20 personnes

Procédure mixte :

Propriété additive / multiplicative de la linéarité

RESOUDRE DES PROBLEMES

nombre citrons	2	8
nombre personnes	5	20

$\times 4$

$\times 4$

Il faudra 8 citrons pour 20 personnes

Propriété multiplicative de la linéarité

RESOUDRE DES PROBLEMES

$$\begin{array}{r} 200 \\ - 200 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

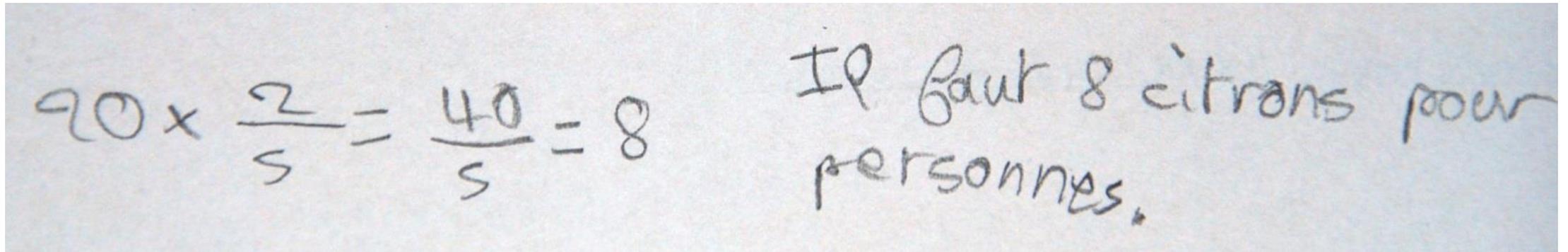
il faut pour
4 personnes 20
4 de citron $\times 0,4$

$$\begin{array}{r} 80 \\ + 000 \\ \hline 080 \end{array}$$

Il faut 8 citrons.

Passage à l'unité

RESOUDRE DES PROBLEMES



Handwritten mathematical calculation and text on a piece of paper:

$$20 \times \frac{2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

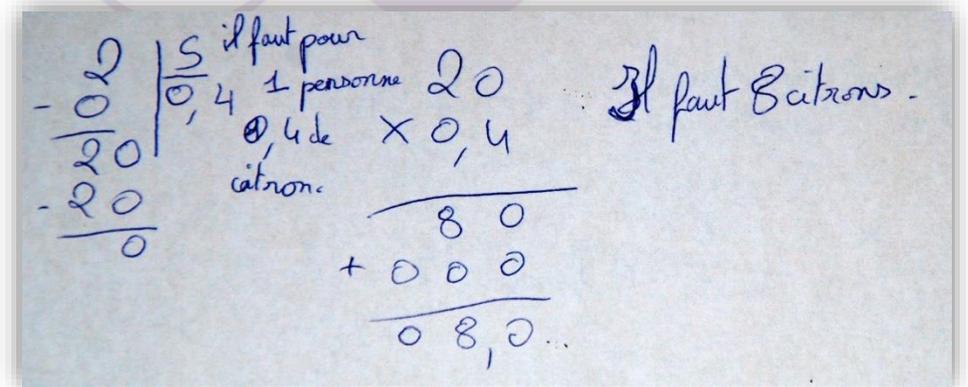
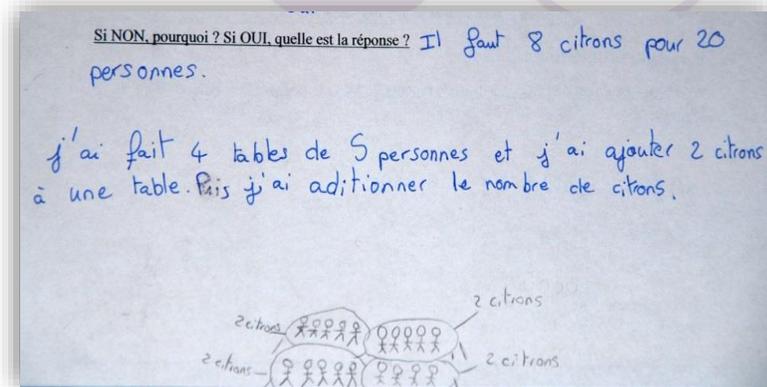
Il faut 8 citrons pour
personnes.

Passage par l'unité ?

Utilisation du coefficient de proportionnalité ?

Produit en croix?

RESOUDRE DES PROBLEMES



- 🧠 L'objectif **n'est pas** de mettre en avant telle ou telle procédure, mais de permettre à l'élève de **disposer d'un répertoire de procédures**, s'appuyant **toujours sur le sens**, parmi lesquelles il pourra choisir.
- 🧠 La **comparaison** des différentes procédures doit permettre aux élèves **d'acquérir ces différentes procédures** et de prendre conscience **qu'en fonction des nombres en jeu** dans un problème, certaines sont **plus efficaces** que d'autres.

RESOUDRE DES PROBLEMES

- Attention : Il peut être impossible pour l'enseignant de **reconnaitre la stratégie utilisée par l'élève** si la procédure est uniquement numérique.
- Le passage à l'oral pour expliciter une procédure est important.

Il s'agit de mettre des mots sur les actes et d'expliciter les données numériques manipulées avec les unités

ERREURS CLASSIQUES

Problème 1 :

Chez le boulanger, j'ai payé 1 euro et 60 centimes d'euros pour deux baguettes de pain.
Quel est le prix à payer pour 6 baguettes ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$1,60 + 4 = 5,60$
pour 6 baguette il faudra 5 € et 60 centime

Persistence du modèle additif

$$\begin{array}{r} \cancel{1},60 \\ \times \quad 6 \\ \hline 9,60 \end{array}$$

Le prix de 6 baguettes s'est 9,60€

Non prise en compte du passage à l'unité

ERREURS CLASSIQUES

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

The image shows a student's handwritten solution to the problem. On the left, a table is drawn with two rows and two columns. The first row is labeled 'personne' and contains the numbers '5' and '20'. The second row is labeled 'nombre de citrons' and contains the numbers '2' and a blank space. To the left of the table, a circled 'x25' has an arrow pointing to the '5' in the first row. To the right of the table, a circled 'x4' has an arrow pointing to the '20' in the first row. Below the table, there are two large, messy scribbles of white paint or eraser marks. One scribble has a '5' written above it, and another has a '2' written above it. The overall work is messy and shows signs of being done quickly or carelessly.

personne	5	20
nombre de citrons	2	

Ne pas formaliser trop tôt.

ERREURS CLASSIQUES

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

$2 = 5$
 $4 = 10$
 $8 = 15$
 $12 = 20$ Pour 20 personnes il faut 12 citrons

Mauvaise utilisation du signe =

ERREURS CLASSIQUES

Problème 4 :

Le train roule à la vitesse moyenne de 120 km par heure.
Combien de kilomètres le train parcourt-il en deux heures et demie ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$$120 \times 2 = 140$$

Le train roulera à 140,5 kilomètre en deux heures et demie.

Difficulté à travailler avec les nombres décimaux

ERREURS CLASSIQUES

Problème 4 :

Le train roule à la vitesse moyenne de 120 km par heure.
Combien de kilomètres le train parcourt-il en deux heures et demie ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

Peut-on trouver la réponse ? Non.

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

Parcequ'il peut s'arrêter et rouler moins vite.

Notion de vitesse constante

ERREURS CLASSIQUES

Problème 5 :

Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres.
Quel sera sa taille à 10 ans ?

Peut-on trouver la réponse ?

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

Oui

$$\begin{array}{r} 110 \\ \times 2 \\ \hline 220 \end{array}$$

Il fera 220 centimètres

→ Confronter proportionnalité, non proportionnalité et proportionnalité « partielle »

→ Attention à la structure des énoncés

ERREURS CLASSIQUES

Problème 7 :

Un cycliste se chronomètre sur différentes distances. Il obtient le tableau suivant :

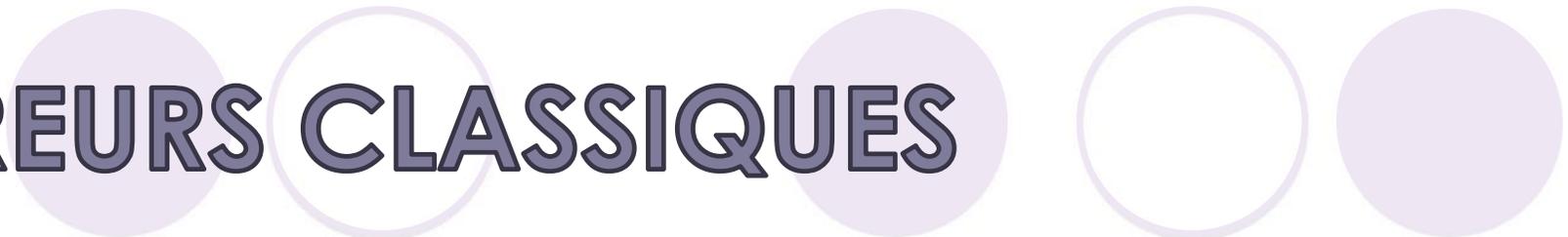
Distance (en kilomètres)	15	30	60
Durée (en minutes)	45	90	210

La durée est-elle proportionnelle à la distance parcourue ?
Justifie ta réponse.

Oui car c'est un tableau de proportionnalité.

Un tableau ne fait pas la proportionnalité

ERREURS CLASSIQUES



Reconnaître une situation de proportionnalité et le justifier est déjà tout un problème...il est plus facile de justifier qu'une situation n'est pas de proportionnalité !

On reconnaît des situations de proportionnalité par confrontation à des situations de non-proportionnalité.

ERREURS CLASSIQUES

Problème 5 :

Théo a 5 ans. Il mesure 110 centimètres.
Quel sera sa taille à 10 ans ?

Peut-on trouver la réponse ?

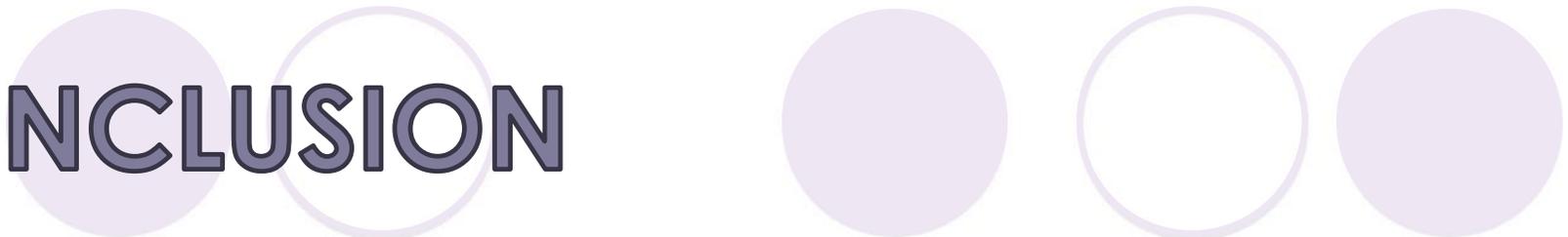
Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

~~OUI~~ il fera $2 \times 110 = 220$ centimètres ce qui est 2m20cm
NON ce n'est pas possible

Une situation qui n'est pas modélisable avec la proportionnalité devrait être justifiée en insistant sur l'oral (raisonnement par l'absurde).

Si cette situation était « de proportionnalité » quelle serait la taille de Théo à 50 ans ? À sa naissance ?

CONCLUSION

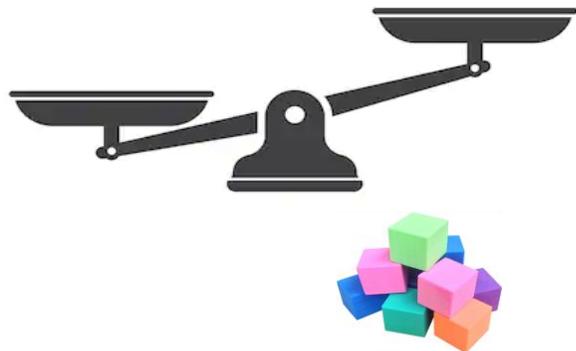


- Notion à développer sur le long terme (cycle 2 – cycle 3 – cycle 4)
- Progressivité dans les procédures attendues (linéarité puis passage à l'unité puis coefficient de proportionnalité)
- Jouer sur les variables « numériques » (taille des nombres / rapport interne / rapport externe / nature des nombres)
- Insister sur l'oral (explicitation et confrontation)
- Confronter proportionnalité, non proportionnalité
- Introduire les tableaux lorsque la notion a un sens

CONCLUSION

- Multiplier les contextes (vie courante et problèmes mathématiques)
- Impliquer les élèves (vie de tous les jours)
- Résoudre des problèmes « concrets »
- Jouer sur l'interdisciplinarité

Sciences, technologie...



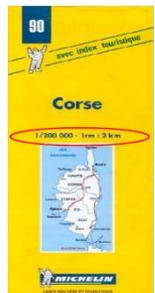
EPS



Arts visuels



Géographie, Histoire



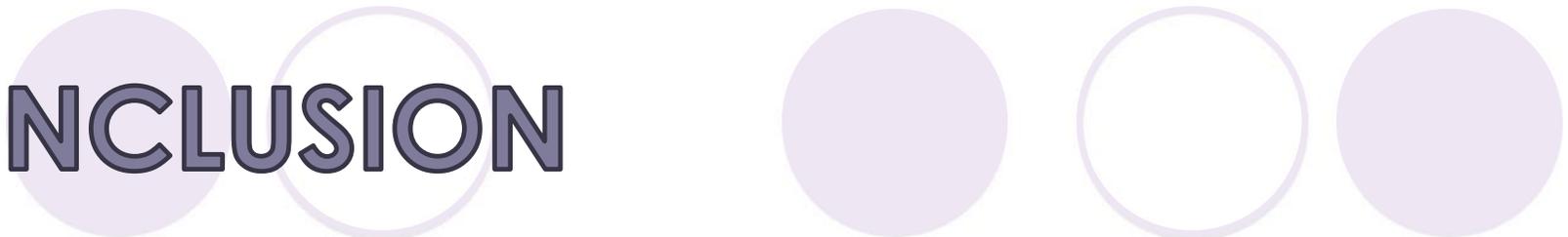
CONCLUSION



GESTES PROFESSIONNELS DE L'ENSEIGNANT :

- Installer des raisonnements oralisés stables (Si j'ai deux fois plus de, ...) avant de proposer des tableaux.
- Varier les types d'énoncés avec rapports internes simples pour repérer facilement les propriétés de linéarité et des rapports externes simples pour faciliter le retour à l'unité.
- Amener les élèves à pratiquer et maîtriser plusieurs procédures, passer de l'une à l'autre en fonction des situations.

CONCLUSION

A decorative graphic at the top of the slide consists of six circles arranged in a horizontal line. The first two circles are partially overlapped by the word 'CONCLUSION'. The circles alternate in color: the first, third, and fifth are solid light purple, while the second, fourth, and sixth are hollow with a light purple outline.

GESTES PROFESSIONNELS DE L'ENSEIGNANT :

- Interroger les énoncés en se demandant quelle procédure est privilégiée. Ne pas hésiter à les modifier.
- Lister les implicites : en lever certains, en laisser d'autres.
- Préparer son argumentaire pour justifier d'une situation proportionnelle ou non..
- Penser à la différenciation en jouant sur les procédures induites, sur l'explicitation, en donnant un troisième couple de données, ...

CONCLUSION



GESTES PROFESSIONNELS DE L'ENSEIGNANT :

- Relever la diversité des procédures.
- Ajuster en cours de mise en œuvre à l'aide d'un troisième couple de données.
- Faire expliciter les procédures : importance de l'oral, raisonner par l'absurde
- Comparer les procédures : repérer les procédures les plus efficaces, qui ne sont pas obligatoirement les procédures expertes.
- Ne négliger aucune procédure : c'est la comparaison qui va permettre à l'élève de repérer ce qui lui semble être le mieux.



MERCI